

Wenn man die Zahlen von 1 bis 10 addiert erhält man als Ergebnis $\frac{10 \cdot 11}{2} = 55$

Begründe die folgende Aussage:

Wenn man die Zahlen von 1 bis zu irgendeiner Zahl n addiert erhält man als Ergebnis $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$

Konstruktiver Beweis:

$$\begin{array}{r}
 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 \\
 + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \\
 10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 \\
 \hline
 11+11+11+11+11+11+11+11+11+11+11
 \end{array}$$

$$\frac{10 \cdot 11}{2} = 55$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & n-2 & + & n-1 & + & n \\
 + & & + & & + & & & & + & & + & & + \\
 n & + & n-1 & + & n-2 & + & \dots & + & 3 & + & 2 & + & 1 \\
 \hline
 n+1 & + & n+1 & + & n+1 & & \dots & + & n+1 & + & n+1 & + & n+1
 \end{array}$$

$$= \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Im Beweis wurden stillschweigend Behauptungen verwendet, die ich nicht verstanden habe. (Z.B.: Wieso darf man bei einer Addition die Summanden vertauschen?)



Möglichkeiten:

- gesondert erklären oder gleich einschieben, je nachdem, wie viele Schülerinnen das betrifft.

Ich kann das nachvollziehen, wäre aber nie alleine darauf gekommen.



Möglichkeiten:

- Das macht erstmal gar nichts, ist aber eine gute Selbstreflektion.

Ich konnte den logischen Schritten nur teilweise folgen.



Möglichkeiten:

- Tempo verlangsamen, wiederholen, mehr Rückfragen stellen oder zulassen. Je nach Ursache (selten aufgepasst?)

Ich finde alles logisch, aber mein eigener Weg war anders, und ich möchte dort den Fehler verstehen.



Möglichkeiten:

- später erklären, einzeln oder für alle, je nach Konzentration und vorhandener Zeit laut Stoffverteilungsplan.

Manches wurde hier vorausgesetzt und überhaupt nicht erklärt,
z.B. Wieso ist ein Bruchstrich dasselbe wie " : " ?



Möglichkeiten:

- Bei Festlegungen kann man nur anhand von Anwendungsbeispielen oder im größeren Sinnzusammenhang erläutern, wieso die Festlegung sinnvoll ist.

Begründe die folgende Aussage:

Wenn man die Zahlen von 1 bis n addiert erhält man als Ergebnis nie eine Primzahl außer für $n=2$.

Beweis durch Widerspruch:

Angenommen das Ergebnis wäre eine Primzahl p .

Dann kann man p schreiben als $p = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

Jede zweite Zahl ist durch 2 teilbar, also ist entweder $n = 2 \cdot a$
oder $n+1 = 2 \cdot b$

Dann ist entweder $p = a \cdot (n+1)$ oder $p = n \cdot b$

Eine Primzahl kann man aber nicht in ein Produkt zerlegen, weil sie außer 1 und sich selbst keine Teiler besitzt.

Das ist logisch, aber zum Verstehen brauche ich einen konstruktiven Beweis (keinen Widerspruchsbeweis)



Möglichkeiten:

- gesondert erklären oder gar nicht erklären, je nachdem, wie viele Schülerinnen das betrifft.

Ich verstehe nicht, wie man bei dem Beweis auf die Aussage gekommen ist, die man beweisen will.



Möglichkeiten:

- Das kann manchmal historische Gründe haben. Oft ist die Aussage auch für einen größeren Zusammenhang sinnvoll, der noch nicht erläutert werden kann.

Ich habe das zwar verstanden, werde es aber morgen wieder vergessen haben.



Möglichkeiten:

- Eigene Bilder haben sich nicht gut genug eingeprägt: Übung macht Meister.

Ich verstehe das erst, wenn ich Aufgaben dazu rechne.



Möglichkeiten:

- Entscheidung mit der Klasse vorher absprechen, ob zuerst Aufgaben geübt werden oder zuerst erklärt wird, wozu das Geübte gut sein wird.

Ich verstehe nicht, wozu ich das brauche.



Möglichkeiten:

- Entscheidung mit der Klasse vorher absprechen, ob zuerst erklärt wird, wozu das Geübte gut sein wird oder Aufgaben geübt werden.

Bild: Schreibtafel aus Wikimedia commons