

Aufgaben für das C-Niveau aus der Schulart AVdual und Fachschulreife Teil I

Inhaltsverzeichnis

Rechnen mit ganzen Zahlen und Variablen: Rechengesetze

[Vereinfachen von Rechenausdrücken: zwei Vorzeichen treffen aufeinander](#)

[Klammer vor Punkt vor Strich](#)

[Test Klammer auflösen und zusammenfassen I](#)

[Test Klammer auflösen und zusammenfassen II](#)

[Abgeschlossenheit von Zahlenmengen bzgl. Rechenarten](#)

[Klammer mal Klammer berechnen](#)

[Ausklammern von Zahlen](#)

[Ausklammern von Variablen](#)

[Ausklammern von Termen](#)

Potenzgesetze

[Erstes Potenzgesetz](#)

[Zweites Potenzgesetz](#)

[Drittes Potenzgesetz](#)

[Viertes Potenzgesetz](#)

Binomische Formeln

[Erste binomische Formel \(Einführung\)](#)

[Zweite binomische Formel \(Einführung\)](#)

[Dritte binomische Formel \(Einführung\)](#)

[Quadratische Ergänzung eines Terms zu einer binomischen Formel](#)

[Zerlegen von Summen in Faktoren mit binomischen Formeln](#)

Lineare Gleichungen

[Lineare Gleichungen lösen: einfache Aufgaben](#)

[Lösen linearer Gleichungen I](#)

[Lösen linearer Gleichungen II](#)

[Lösen linearer Gleichungen III](#)

[Lösen linearer Gleichungen](#)

Quadratische Gleichungen

[Quadratische Gleichungen](#)

Gleichungssysteme

[Gleichungssysteme](#)

[Gleichsetzungsverfahren](#)

[Additionsverfahren](#)

[Einsetzungsverfahren](#)

[Additionsverfahren, 10 einfache Aufgaben](#)

[Gleichsetzungsverfahren, 10 einfache Aufgaben](#)

[Einsetzungsverfahren, 10 einfache](#)

Geometrie in der Berufsfachschule

[Volumen \(zusammengesetzter\) Körper](#)

[Schrägbilder](#)

[Hypotenuse von Dreiecken im Koordinatensystem mit dem Satz des Pythagoras berechnen](#)

[Pythagoras: Dreiecke im Koordinatensystem, Berechnung der Seitenlängen mit "Äußerer](#)

[Zerlegung"](#)

[Berechnung von Streckenlängen im Raum mit Pythagoras](#)

Abgeschlossenheit von Zahlenmengen bezüglich der Rechenarten

Zu welchen Zahlenmengen gehört folgende Zahl?

a) -5 gehört zu

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- a. Z, d.h. zur Menge der ganzen Zahlen
- b. N, d.h. zur Menge der natürlichen Zahlen
- c. Q, zur Menge der rationalen Zahlen
- d. R, d.h. zur Menge der reellen Zahlen

Zu welchen Zahlenmengen gehört folgende Zahl?

2 gehört zur Menge der

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- a. N, d.h. zur Menge der natürlichen Zahlen
- b. Z, d.g zur Menge der ganzen Zahlen
- c. Q, zur Menge der rationalen Zahlen
- d. R, d.h. Zur Menge der reellen Zahlen

Zu welchen Zahlenmengen gehört folgende Zahl?

$\frac{1}{3}$ gehört zur Menge

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- a. N, d.h.zur Menge der natürlichen Zahlen
- b. Z, d.h. zur Menge der ganzen Zahlen
- c. Q, zur Menge der rationalen Zahlen
- d. R, d.h. Zur Menge der reellen Zahlen

Zu welchen Zahlenmengen gehört folgende Zahl?

$\sqrt{2}$ gehört zur Menge

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- a. N, d.h. zur Menge der natürlichen Zahlen
- b. Z, d.h. zur Menge der ganzen Zahlen
- c. Q, d.h. zur Menge der rationalen Zahlen
- d. R, d.h. zur Menge der reellen Zahlen

Zu welchen Zahlenmengen gehört folgende Zahl?

1,25 gehört zur Menge

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- a. N, d.h.zur Menge der natürlichen Zahlen
- b. Z, d.h zur Menge der ganzen Zahlen
- c. Q, d.h. zur Menge der rationalen Zahlen
- d. R, d.h. zur Menge der reellen Zahlen

Zu welchen Zahlenmenge gehört folgende Zahl?

$4\frac{3}{4}$ gehört zur Menge

Wählen Sie eine oder mehrere Antworten:

- a. N, d.h. zur Menge der natürlichen Zahlen
- b. Z, d.h. zur Menge der ganzen Zahlen
- c. Q, d.h. zur Menge der rationalen Zahlen
- d. R, d.h. Zur Menge der reellen Zahlen

Berechne (stelle Dir vor, dass a zum Beispiel für Apfel steht, b für Birne):

$7a + (-5a) + (-12a) + 20a = \boxed{}$ a

$3 \cdot (6b-4b) + 18b = 3(2b) + 18b = \boxed{}$ b

$(-a) \cdot (-2) + (20a-16a) + 9 = \boxed{}$ a + $\boxed{}$

Lösungen hier:



Rechnen mit Variablen

In einem Obstkorb befinden sich vier Äpfel, zwei Birnen und 80 Trauben. Auf dem Tisch stehen 5 solcher Körbe. Wie viele Äpfel, Bananen und Trauben sind insgesamt vorhanden?



$$5 (4 a + 2 b + 80t) = 5 \cdot 4 a + 5 \cdot 2b + 5 \cdot 80t = 20 a + 10 b + 400 t$$

Antwort: Es sind insgesamt 20 Äpfel, 10 Birnen und 400 Trauben vorhanden.

Bemerkung:

Die Regel Klammer vor Punkt vor Strich gilt wie immer.

Hier kann man den „Inhalt“ der Klammer aber nicht weiter ausrechnen, weil jeder Buchstabe (jede Variable) für eine eigene unbekannte Zahl stehen könnte. Äpfel und Birnen lassen sich eben nicht zusammenzählen.

Das Distributivgesetz:

Es schreibt vor, wie man Klammern **ausmultiplizieren** muss:

$$5 \cdot (4 a + 2 b + 80t) = 5 \cdot 4 a + 5 \cdot 2b + 5 \cdot 80t = 20 a + 10 b + 400 t$$

Rechengesetze beim Rechnen mit ganzen Zahlen und Variablen

Vereinfachen von Rechenausdrücken: zwei Vorzeichen treffen aufeinander

Bei der Rechnung mit Variablen können nur dieselben Variablen „zusammengefasst“ werden

Zum Vergleich hier nochmal ohne Variablen

$$-5x - (+4y) - 2x + (-4x) - (7y) - (-6y) =$$

$$-5 - (+4) - 2 + (-4) - 7 - (-6) =$$

$$6p + (-4q) - (-3p) - (+7q) + p =$$

$$6 + (-4) - (-3) - (+7) + 1 =$$

Lösungen hier:



$$2b - (-2c) - 5d - (-3b) + (-d) - (-3c) =$$

$$2 - (-2) - 5 - (-3) + (-1) - (-3) =$$

Achtung: das Minus gilt für jeden Summanden in der Klammer:

Achtung: das Minus gilt für jeden Summanden in der Klammer:

$$-(-b-4a) - (4-4b+3a) =$$

$$-(-1-4) - (4-4+3) =$$

Achtung: das Minus gilt für jeden Summanden in der Klammer:

Achtung: das Minus gilt für jeden Summanden in der Klammer:

$$(2x-4y) - (5x-3y) - (-2y) - 9 =$$

$$(2-4) - (5-3) - (-2) - 9 =$$

Achtung: das Minus gilt für jeden Summanden in der Klammer:

Achtung: das Minus gilt für jeden Summanden in der Klammer:

$$2x - 2y - (-3x - 5y) + (x - 7y) =$$

$$2 - 2 - (-3 - 5) + (1 - 7) =$$

Klammer auflösen und zusammenfassen I

$$6rs - 4r(3s-2) + 7rs =$$

$$2ab - 2b(3a - 2c) + 2ab + 3a(4b-c) =$$

$$6(10x - 9y + 3z) - 3(3x+y-4z) =$$

$$8(p+q+r) - (p-q-r) - 2(p-q-r) =$$

$$5r+6s+3t - 7(s+2t) - 9(s+t) + 11(r-t) =$$

$$2(a+b-c) + 3(a-b-c) - 4a + 5(b-c) =$$

Lösungen hier:



Klammer auflösen und zusammenfassen II

$$10m^2 - 4m(3m-1) + 15m^2 =$$

$$y^2 - 2y(3x - 5y) + 7xy + 3y(4x-y) =$$

$$6(12a - 9b + 3c) - 3(3a+2b-4c) =$$

$$8(a+b-c) - 5(a-b+c) - 2(a-b+c) =$$

$$6h+5s+3h - 7(s+h) - 9(s+h) + 12(s-h) =$$

$$5(a+b-c) + 3(a-b-c) - 7a + 8(b-c) =$$

$$10pq(8p-4q+5r) - (15p+12q-9r)5pq =$$

$$5(7a^2+2b^2) - 3(a^2-5b^2) =$$

Lösungen hier:



Klammer mal Klammer berechnen

$$(4 - a)(b + 2) =$$

$$(u - 6)(2 + 5v) =$$

$$(5 - x)(3 - y) =$$

$$(10 - m)(n + 10) =$$

$$(3 - 10a)(b + 2) =$$

$$(a - 4)(4 - b) =$$

$$(11 + r)(s - 11) =$$

$$(2x-3)(4+z) =$$

$$(2r + 5)(3s + 4) =$$

$$(1 - d)(3e + 4) =$$

Lösungen hier:



Ausklammern von Zahlen

a) $9z + 3 =$

b) $8x + 16y =$

c) $10x - 15 =$

d) $21x + 35y =$

e) $35y - 14 + 49x =$

Lösungen hier:

**Ausklammern von Variablen**

a) $9z^2 + 7z =$

b) $3x + 4x^2 =$

c) $2x - 3x^2 + 5x^3 =$

d) $y + 2y^2 - 3y^3 =$

Lösungen hier:

**Ausklammern von Termen**

a) $9(z+3) + x(z+3) =$

b) $3(x+1) + 4(x+1) =$

c) $2(x - 3x^2) + 5x(x - 3x^2) =$

d) $(y+2) + x(y+2) =$

Lösungen hier:



Potenzgesetze**Erstes Potenzgesetz**

$$3^5 \cdot 3^7 =$$

$$3^{5x} \cdot 3^7 =$$

$$2^{13} \cdot 2^2 \cdot 2^2 =$$

$$2^{13} \cdot 2^{2x} \cdot 2^2 =$$

$$7^2 \cdot 7^3 = 7$$

$$7^{2x} \cdot 7^{3x} =$$

$$2^9 \cdot 2 \cdot 2^4 =$$

$$2^9 \cdot 2 \cdot 2^{-4} =$$

$$10^2 \cdot 10^4 =$$

$$10^{2x} \cdot 10^{4y} =$$

$$5^{\frac{7}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{3}} =$$

$$5^{x+1} \cdot 5^{x-1} =$$

$$2^{\frac{21}{11}} \cdot 2^{\frac{1}{11}} =$$

$$2^{2x} \cdot 2^{-x} =$$

Lösungen hier:

**Zweites Potenzgesetz**

$$3^5 \cdot 2^5 =$$

$$3^{5x} \cdot 3^7 =$$

$$2^{13} \cdot 1^{13} \cdot 3^{13} =$$

$$2^{13} \cdot 2^{2x} \cdot 2^2 =$$

$$3^2 \cdot 7^2 =$$

$$7^{2x} \cdot 7^{3x} =$$

$$2^9 \cdot 4^9 \cdot 3^9 =$$

$$2^9 \cdot 2 \cdot 2^{-4} =$$

$$2^{10} \cdot 4^{10} =$$

$$10^{2x} \cdot 10^{4y} =$$

$$5^3 \cdot \frac{2^3}{5} =$$

$$5^{x+1} \cdot 5^{x-1} =$$

$$2^{33} \cdot \frac{1^{33}}{2} =$$

$$2^{2x} \cdot 2^{-x} =$$

Lösungen hier:



Drittes Potenzgesetz

$$\frac{3^7}{3^5} =$$

$$\frac{3^{7x}}{3^{5x}} =$$

$$\frac{2^{13}}{2^2 \cdot 2^2} =$$

$$\frac{2^{13}}{2^{2x} \cdot 2^2} =$$

$$\frac{7^3}{7^2} =$$

$$\frac{7^{3x}}{7^{2x}} =$$

$$\frac{2^9}{2 \cdot 2^4} =$$

$$\frac{2^{9x}}{2^{2x} \cdot 2^2} =$$

$$\frac{10^4}{10^2} =$$

$$\frac{10^{4x}}{10^{2y}} =$$

$$\frac{5^{\frac{7}{3}}}{5^{\frac{1}{3}}} =$$

$$\frac{5^{x+1}}{5^{x+1}} =$$

Lösungen hier:

**Viertes Potenzgesetz**

$$\frac{3^7}{5^7} =$$

$$\frac{3^{7x}}{2^{7x}} =$$

$$\frac{2^{13}}{2^{13} \cdot 2^{13}} =$$

$$\frac{2^{13}}{(2x)^{13} \cdot 2^{13}} =$$

$$\frac{7^3}{3^3} =$$

$$\frac{7^{3x}}{2^{3x}} =$$

$$\frac{2^9}{(2 \cdot 2)^9} =$$

$$\frac{2^{9x}}{(2 \cdot 2)^{9x}} =$$

Lösungen hier:



Erste binomische Formel

- 1) $(a + 3)^2 = (a + 3)(a + 3)$ = $a^2 + \square + \square + \square = a^2 + \square a + 9$
- 2) $(5 + x)^2 = (5 + x)(5 + x)$ = $a^2 + \square + \square + \square = a^2 + \square a + 9$
- 3) $(x + 10)^2 = (x + 10)(x + 10)$ = $x^2 + \square + \square + \square = x^2 + \square + 100$
- 4) $(s + 11)^2 = (s + 11)(s + 11)$ = $s^2 + \square + \square + \square = s^2 + \square + 121$
- 5) $(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$ = $x^2 + \square + \square + y^2 = x^2 + \square + y^2$
- 6) $(u + v)^2 = (u + v)(u + v)$ = $u^2 + \square + \square + v^2 = u^2 + \square + v^2$
- 7) $(l + m)^2 = (l + m)(l + m)$ = $l^2 + \square + \square + m^2 = l^2 + \square + m^2$
- 8) $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ = $a^2 + \square + \square + b^2 = a^2 + \square + b^2$

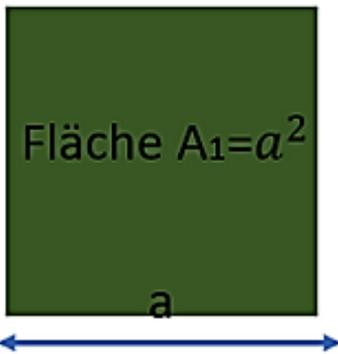
Lösungen hier:



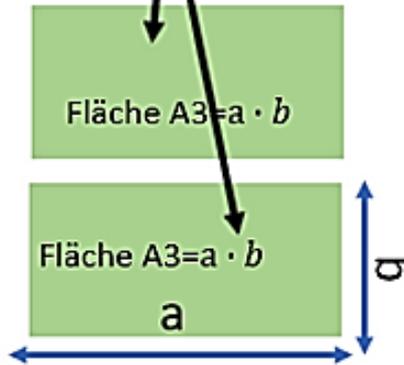
Geometrischer Beweis der ersten binomischen Formel

Wenn ich mir Quadrate und Rechtecke aufmale, deren Flächeninhalt

A = und



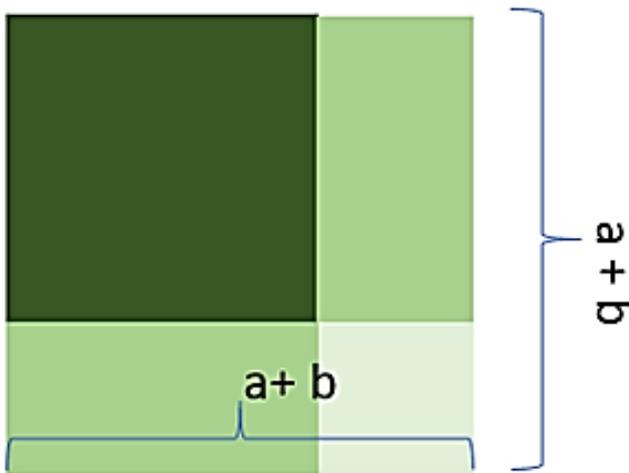
A =



und A = ist.



..... dann kann ich die zusammensetzen (+ rechnen) zu einem großen Quadrat.



Das hat dann den Flächeninhalt $A = (a + b) \cdot (a + b)$. Also ist $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Binomische Formeln:

Eine Formel hilft, eine Aufgabe schnell zu lösen. Sie zeigt, wie das Ergebnis aussieht, um einen langen Rechenweg abzukürzen.

Bei den binomischen Formeln lautet die Aufgabe: $(a+b)^2$
und das Ergebnis: $= a^2+2ab+b^2$

Der lange Rechenweg wäre:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2+ab +ab +b^2 = a^2+2ab+b^2$$

Nicht in jedem Fall müssen die Variablen a und b heißen. Sie können auch 4, oder x oder w oder $4y^2$ heißen. Merke dir am besten nur das BILD der Formel:

$$(\text{❤️} + \text{🐶})^2 = \text{❤️}^2 + 2 \text{❤️} \text{🐶} + \text{🐶}^2$$

Berechnen Sie „schnell“, d.h. mit Hilfe der ersten binomischen Formel:

1) $(a+3)^2 =$

7) $(3x+2y)^2 =$

2) $(5+x)^2 =$

8) $(6x+y)^2 =$

3) $(s+11)^2 =$

9) $(11+3w)^2 =$

4) $(2u+3)^2 =$

10) $(3m+4k)^2 =$

5) $(2u+15)^2 =$

11) $(xs +4a)^2 =$

6) $(x+10)^2 =$

12) $(1+y)^2 =$

Zweite binomische Formel

$$1) (a - 3)^2 = (a - 3)(a - 3) = a^2 - \boxed{} - \boxed{} + \boxed{} = a^2 - \boxed{} + 9$$

$$2) (5 - x)^2 = (5 - x)(5 - x) = \boxed{} - \boxed{} + x^2 = \boxed{} - \boxed{} + x^2$$

$$3) (x - 10)^2 = (x - 10)(x - 10) = x^2 - \boxed{} - \boxed{} + 100 = x^2 - \boxed{} + \boxed{}$$

$$4) (s - 11)^2 = (s - 11)(s - 11) = s^2 - \boxed{} - \boxed{} + \boxed{} = s^2 - \boxed{} + 121$$

$$1) (x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - \boxed{} - \boxed{} + y^2 = x^2 - \boxed{} + y^2$$

$$2) (u - v)^2 = (u - v)(u - v) = u^2 - \boxed{} - \boxed{} + v^2 = u^2 - \boxed{} + v^2$$

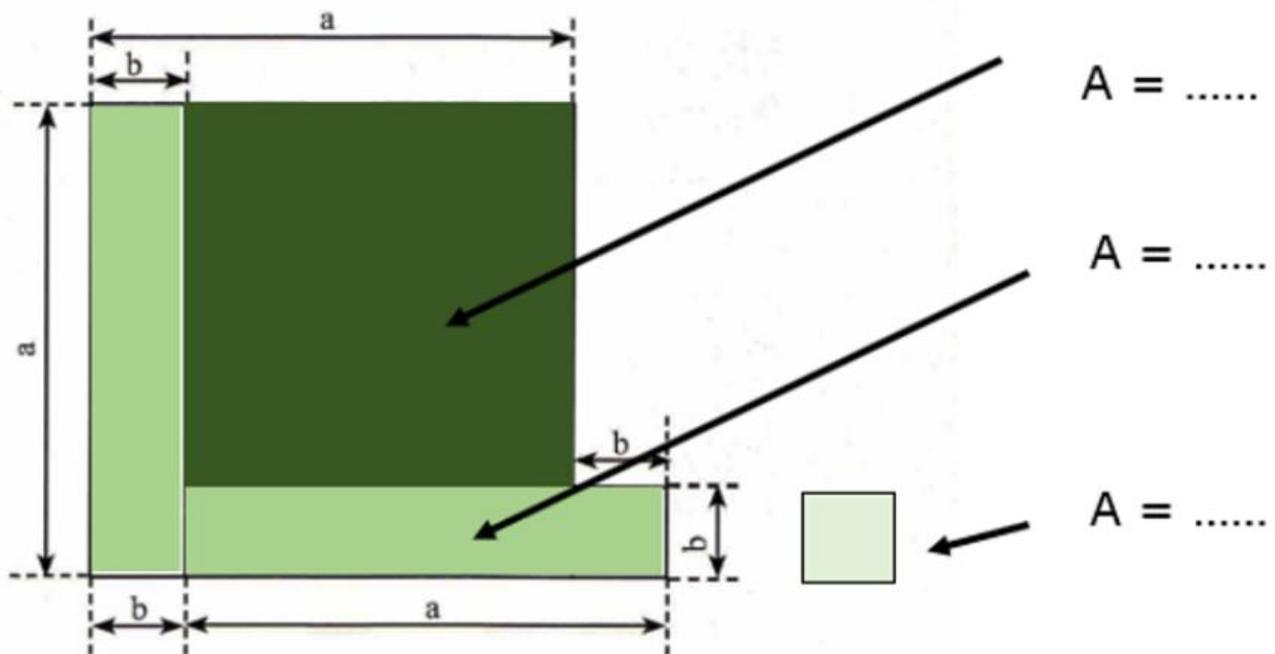
$$3) (l - m)^2 = (l - m)(l - m) = l^2 - \boxed{} - \boxed{} + m^2 = l^2 - \boxed{} + m^2$$

$$4) (a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - \boxed{} - \boxed{} + b^2 = a^2 - \boxed{} + b^2$$

Lösungen hier:



Geometrischer Beweis der ersten binomischen Formel



Bei genauem Hinschauen kann man die Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ „erkennen“.



Binomische Formeln:

Eine Formel hilft, eine Aufgabe schnell zu lösen. Sie zeigt, wie das Ergebnis aussieht, um einen langen Rechenweg abzukürzen.

Bei den binomischen Formeln lautet die Aufgabe: $(a-b)^2$
und das Ergebnis: $= a^2 - 2ab + b^2$

Der lange Rechenweg wäre:

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab - b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Nicht in jedem Fall müssen die Variablen a und b heißen. Sie können auch 4, oder x oder w oder $4y^2$ heißen. Merke dir am besten nur das BILD der Formel:

$$(\heartsuit - \dog)^2 = \heartsuit^2 - 2 \heartsuit \dog + \dog^2$$

Berechnen Sie „schnell“, d.h. mit Hilfe der zweiten binomischen Formel:

1) $(3a-1)^2 =$

7) $(5x-3y)^2 =$

2) $(2-x)^2 =$

8) $(6x-y)^2 =$

3) $(s-11)^2 =$

9) $(11-3w)^2 =$

4) $(2u-3)^2 =$

10) $(7m-2k)^2 =$

5) $(2u-15)^2 =$

11) $(2xs - a)^2 =$

6) $(3x-7)^2 =$

12) $(1-5y)^2 =$

Dritte binomische Formel

1) $(a + 3)(a - 3) = a^2 - \square + \square - \square = a^2 - \square$

2) $(5 + x)(5 - x) = \square - \square + \square - x^2 = \square - x^2$

3) $(x + 10)(x - 10) = x^2 - \square + \square - \square = x^2 - \square$

4) $(s + 11)(s - 11) = s^2 - \square + \square - \square = s^2 - \square$

$$1) \quad \begin{array}{c} \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \\ (x+y)(x-y) \\ \textcircled{3} \quad \textcircled{4} \end{array} = x^2 - \boxed{} + \boxed{} - y^2 = x^2 - y^2$$

$$2) \quad \begin{array}{c} \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \\ (u+v)(u-v) \\ \textcircled{3} \quad \textcircled{4} \end{array} = u^2 - \boxed{} + \boxed{} - v^2 = u^2 - v^2$$

$$3) \quad \begin{array}{c} \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \\ (l+m)(l-m) \\ \textcircled{3} \quad \textcircled{4} \end{array} = l^2 - \boxed{} + \boxed{} - m^2 = l^2 - m^2$$

$$4) \quad \begin{array}{c} \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \\ (a+b)(a-b) \\ \textcircled{3} \quad \textcircled{4} \end{array} = a^2 - \boxed{} + \boxed{} - b^2 = a^2 - b^2$$

Lösungen hier:



Binomische Formeln:

Eine Formel hilft, eine Aufgabe schnell zu lösen. Sie zeigt, wie das Ergebnis aussieht, um einen langen Rechenweg abzukürzen.

Bei den binomischen Formeln lautet die Aufgabe:

$$(a+b)(a-b) \dots\dots\dots \text{ und das Ergebnis: } = a^2 - b^2$$

$$\text{Der lange Rechenweg wäre: } (a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab + b^2 = \mathbf{a^2 - b^2}$$

Nicht in jedem Fall müssen die Variablen a und b heißen. Sie können auch 4, oder x oder w oder $4y^2$ heißen. Merke dir am besten nur das BILD der Formel:

$$\text{---} (\heartsuit - \text{dog}) = \heartsuit^2 - \text{dog}^2$$

Berechnen Sie „schnell“, d.h. mit Hilfe der dritten binomischen Formel:

1) $(2a+2)(2a-2) =$

7) $(1+11w)(1-11w) =$

2) $(3+x)(3-x) =$

8) $(5m+4k)(5m-4k) =$

3) $(5s+7)(5s-8) =$

9) $(u+13)(u-13) =$

4) $(2u+3)(2u-3) =$

11) $(x+9)(x-9) =$

5) $(3x+2y)(3x-2y) =$

12) $(2+9u)(2-9u) =$

6) $(6x+y)(6x-y) =$

13) $(5+5y)(5-5y) =$

Zerlegen von Summen in Faktoren mit Hilfe der binomischen Formeln

Fülle den "Lückentext" aus:

$$(\quad + \quad) \cdot (\quad - \quad) = 1-p^2$$

$$(\quad + \quad) \cdot (\quad - \quad) = 9a^2-4b^2$$

$$(\quad + \quad) \cdot (\quad + \quad) = p^2+2pq+q^2$$

$$(\quad - \quad) \cdot (\quad - \quad) = 4a^2-4ab+b^2$$

$$(\quad + \quad) \cdot (\quad + \quad) = x^2+8xy+16y^2$$

$$(\quad - \quad) \cdot (\quad - \quad) = a^2-2ab+b^2$$

Lösungen hier:



Quadratische Ergänzung eines Terms zu einer binomischen Formel

Wie ergänzt man einen Term zu einer binomischen Formel?

Vorweg: Die erste binomische Formel lautet: $a^2+2ab + b^2 = (a+b)^2$

Ergänzen Sie den Term

1) $a^2+6a + \square$ gesucht ist b bzw. b^2

$a^2+2 \cdot 3a + \square$ die 2 kommt sowieso in der Formel vor, also ist $b = 3$.

$$a^2+2 \cdot 3a + 3^2 = a^2+2 \cdot 3a +9$$

2) $a^2+10a + \square$

$a^2+2 \cdot 5a+$

$a^2+2 \cdot 5a+25$

Rezept: teile 10 durch 2 und quadriere das Ergebnis

$(10 : 2 = 5 \text{ und } 5^2= 25)$

3) $a^2 + 8a + \dots$

4) $x^2 + 22x+ \dots$

5) $x^2 + 16x+ \dots$

6) $x^2 + 18x+ \dots$

7) $x^2 + 14x+ \dots$

Lösungen hier:



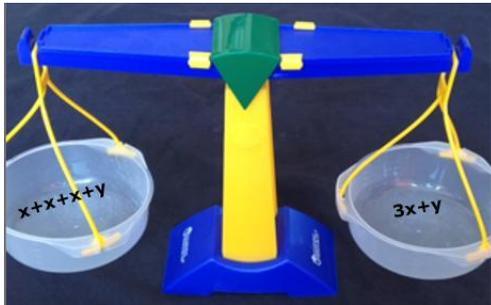
Mit der zweiten binomischen Formel funktioniert das natürlich genauso:

8) $x^2 - 8x + \dots$

9) $x^2 - 10x + \dots$

10) $x^2 - 24x + \dots$

Lineare Gleichungen



ACHTUNG:

Bisher hat man hinter das „=“-Zeichen ein Ergebnis einer Rechnung geschrieben ($5+5+5+2=17$) oder ist mit jedem Schritt diesem Ergebnis nähergekommen ($5+5+5+2=3\cdot 5+2=17$)

Jetzt steht das „=“-Zeichen in der Mitte zwischen zwei Termen und bedeutet, dass diese korrekt umgeformt sind, bzw. dass die Terme äquivalent sind.

Lineare Gleichungen

Ein Beispiel für eine lineare Gleichung ist $2x + 3 = 8$. Links und rechts vom Gleichheitszeichen steht also ein Term. Eine lineare Gleichung stellt eine **Frage**: Welche Zahl muss für x eingesetzt werden, damit die Gleichheit gilt. Dieses $x \in \mathbb{R}$ ist dann die **Lösung** der Gleichung. Zwei Gleichungen mit derselben Lösung heißen gleichwertig oder äquivalent.

Beispiel: $2x + 4 = 8$

und $x + 2 = 4$

und $x = 2$ besitzen die Lösung $x = 2$

Eine Gleichung ändert ihre Lösung nicht, wenn man

- beide Seiten durch dieselbe Zahl $\neq 0$ dividiert
- beide Seiten mit derselben Zahl $\neq 0$ multipliziert
- auf beiden Seiten dieselbe Zahl addiert
- auf beiden Seiten dieselbe Zahl subtrahiert

Zum Lösen einer Gleichung formt man sie solange um, bis ihre Lösung einfach abzulesen ist.

Beispiel: Löse: $3x + 6 = 9 \mid : 3$

$$x + 3 = 3 \mid -3$$

$$x = 1$$

Lineare Gleichungen lösen: einfache Aufgaben

1) $7x - 5 = 3x + 11$

2) $5x + 2 = 2x + 11$

3) $3x - 20 = x - 16$

4) $8x + 19 = 4x + 23$

5) $17x + 2 = 11x + 14$

6) $5x - 12 = 3x - 6$

7) $20x + 13 = 13x + 41$

8) $6x - 13 = x + 12$

9) $40x - 30 = 12x + 138$

10) $9x - 16 = 7x - 2$

Lösungen hier:



Lösen linearer Gleichungen I

1) $-x + 3 = 5x - 3$

2) $\frac{2}{3}x + 2 = -2x + 10$

3) $x + 1 = -\frac{3}{4}x + 8$

4) $-\frac{5}{2}x + 8 = \frac{1}{4}x + 2,5$

5) $9x + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}x + 53$

6) $\frac{7}{5}x + 2 = \frac{3}{2}x + 4,5$

7) $-\frac{4}{5}x + 3 = \frac{1}{10}x - 6$

8) $\frac{5}{7}x - \frac{1}{3} = -\frac{1}{21}x + 5$

9) $2,5x + 0,25 = 7,5x - 4,75$

10) $\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 3x - 2,5$

Lösungen hier:



Lösungen hier:



Lösen linearer Gleichungen II

1) $5(2x - 3) - 3 = 12$

2) $10(y + 1) - 30 = 5y$

3) $3(3y - 4) = 2y + 2$

4) $4(5w - 3) = 2(9w - 5)$

5) $3(-3 + 2z) - 7z = 3z - 21$

6) $5(2z - 1) = 9(15 - 2z)$

7) $3(y - 0,5) = 1,5(3y - 5)$

8) $2(5w - 11) + 2(3w - 1) = -8$

9) $11(3z - 3) = 3(8z - 2) - 9$

10) $3(4y + 5) = -5(10 - 5y)$

Lösen linearer Gleichungen III

1) $3x(x - 53) = x(3x + 2) - 161$

2) $x(x + 1) = x^2 + 2(x - 3) + 3$

3) $(z - 4)(z + 4) + z = z^2 - 14$

4) $(y + 5)(y + 7) - 47 = y(y + 9)$

5) $(x - 1)(x + 1) - 3x = (x + 2)(x - 2)$

6) $(z + 5)(z - 3) = (z - 4)(z + 6) + z + 8$

7) $15 + (y + 3)(y - 2) = y(y - 1) + 3(y + 2)$

8) $(y + 2)(y - 2) = (y - 2)^2$

9) $(x - 7)^2 - 66 = (x - 11)(x + 2)$

10) $(x + 3)^2 - 15 = (x - 2)^2 + 5x$

Lösungen hier:



Quadratische Gleichungen

Gib die Lösungsmenge folgender Gleichungen an:

- | | |
|---------------------|-----------------------------------|
| 1) $x^2+2x-3=0$ | 1) $x^2-169=0$ |
| 2) $x^2+105x+500=0$ | 2) $x^2+5x+6=0$ |
| 3) $x^2+5x-66=0$ | 3) $x^2-3x-54=0$ |
| 4) $x^2+6x-72=0$ | 4) $x^2+22x+121=0$ $x^2-21x+54=0$ |
| 5) $x^2+4x-140=0$ | 5) $x^2+17x+72=0$ |
| 6) $x^2+4x-21=0$ | 6) $x^2+14x-147=0$ |
| 7) $x^2-10x+16=0$ | |

Lösungen hier:



Gleichungssysteme

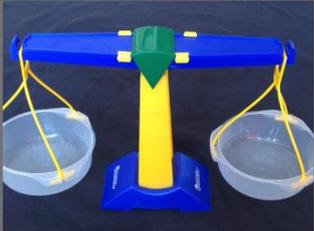
Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

Ein Gleichungssystem besteht aus zwei oder mehr Gleichungen, die gleichzeitig gelöst werden sollen.

Wir suchen zwei Zahlen x und y , die sowohl die eine als auch die andere Gleichung erfüllen, d.h. zu einer wahren Aussage machen.

Wir werden drei verschiedene Verfahren kennen lernen, mit denen man Gleichungssysteme lösen kann.

Gleichsetzungsverfahren



Wann?
Wenn eine Seite der Gleichung I identisch ist mit einer Seite der Gleichung II

Wie ?
Die nicht identisch aussehenden Seiten gleichsetzen

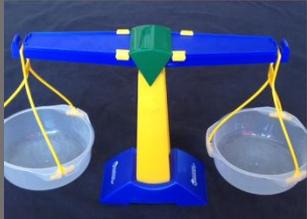
Das Gleichsetzungsverfahren:

Wir lösen beide Gleichungen nach derselben Variablen auf und setzen die gefundenen Terme gleich.

Das Einsetzungsverfahren:

Wir lösen nur eine Gleichung nach einer Variablen auf und setzen den gefundenen Term in die andere Gleichung ein.

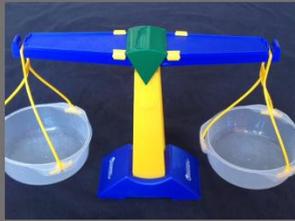
Einsetzungsverfahren



Wann?
Wenn sich eine Gleichung leicht nach einer Variablen auflösen lässt

Wie ?
eine der Gleichungen nach einer Variablen auflösen
„Ergebnis“ in die andere Gleichung einsetzen

Additionsverfahren



Wann?

Es gibt eine Variable mit entgegengesetztem Vorzeichen und gleicher Vorzahl

Wie ?

Gleichungen addieren:

linke Seite + linke Seite

rechte Seite + rechte Seite

Das Additionsverfahren:

Wir schreiben die Gleichungen untereinander und addieren die Seiten links und rechts vom Gleichheitszeichen.

Additionsverfahren 10 einfache Aufgaben

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| 1) I $2x + y = 4$ | 6) I $11x - 3y = 7$ |
| II $x - y = -1$ | II $-11x + 10y = 28$ |
| 2) I $5x - 3y = 7$ | 7) I $3x + 17y = 32$ |
| II $-5x + 2y = -8$ | II $-x - 17y = -22$ |
| 3) I $2x - 7y = -6$ | 8) I $-3x - 9y = -39$ |
| II $2x + 7y = 22$ | II $10x + 9y = 67$ |
| 5) I $7x + 7y = 14$ | 10) I $x - y = -3$ |
| II $x - 7y = -6$ | II $-x + 11y = 53$ |

Lösungen hier:



Gleichsetzungsverfahren 10 einfache Aufgaben

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| 1) I $3x + 2 = 2y + 1$ | 6) I $5x + 4 = 5y + 9$ |
| II $6x - 1 = 2y + 1$ | II $2x + 10 = 5y + 9$ |
| 2) I $-6 + 3y = x$ | 7) I $x = 1 + y$ |
| II $9 - 2y = x$ | II $5x - 8 = 1 + y$ |
| 3) I $3x + 1 = y$ | 8) I $3x + 11 = 10y$ |
| II $x + 5 = y$ | II $3x + 11 = 2y + 16$ |
| 4) I $3x - 7 = -2y$ | 9) I $3y + 4 = 2x$ |
| II $9x - 13 = -2y$ | II $y + 8 = 2x$ |
| 5) I $5 + x = 2y$ | 10) I $4y + 18 = x + 13$ |
| II $5 + x = y + 4$ | II $-3y + 25 = x + 13$ |

Lösungen hier:



Einsetzungsverfahren 10 einfache Aufgaben

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) I $3y + 4 = 2x$ | 6) I $y + 8 = 2x - 6$ |
| II $y = 2x - 8$ | II $y = 15 - x$ |
| 2) I $5y + 18 = x + 13$ | 7) I $x + y = 11$ |
| II $x = -3y + 13$ | II $y = x + 1$ |
| 3) I $5x - 8 = 1 + y$ | 8) I $-3x + 4y = 2y - x$ |
| II $y = x - 1$ | II $y = 1$ |
| 4) I $2x + 2y = 4$ | 9) I $6x - 3y = 2x - y$ |
| II $y = 2x - 1$ | II $x = 5y - 9$ |
| 5) I $3x - 6y = 0$ | 10) I $-2x + y = -2$ |
| II $y = 3 - x$ | II $y = x - 5$ |

Lösungen hier:



Gleichsetzungsverfahren Lösen Sie mit dem Gleichsetzungsverfahren:

1) I $y = 2x + 2$

II $y = -x + 5$

2) I $2y = 4x + 1$

II $2y = x + 4$

3) I $3y = -x - 6$

II $3y = 3x - 18$

4) I $3y - 6 = 2x$

II $6y = 2x$

5) I $-y + 2 = x$

II $1,5y - 6,75 = x$

6) I $3y = x + 3$

II $3y = -4x + 18$

7) I $1 - y = x$

II $0,5y - 2 = x$

7) I $3y - 3 = x$

II $2y - 1 = x$

8) I $2y = 4x + 2$

II $2y = -x + 7$

Lösungen hier:



Additionsverfahren Lösen Sie mit dem Additionsverfahren:

I $y = 2x + 2$

II $2y = -2x + 10$

I $2y = 4x + 1$

II $-2y = -x - 4$

I $9y = -3x - 18$

II $3y = 3x - 18$

I $3y - 6 = 2x$

II $-6y = -2x$

I $-3y + 6 = 3x$

II $3y - 13,5 = 2x$

I $3y = x + 3$

II $-3y = 4x - 18$

I $1 - y = x$

II $-4 + y = 2x$

I $3y - 3 = x$

II $-2y + 1 = -x$

I $2y = 4x + 2$

II $8y = -4x + 28$

Lösungen hier:



Einsetzungsverfahren Lösen Sie mit dem Einsetzungsverfahren:

1) I $y = 2x + 2$

II $y = -x + 5$

2) I $2y = 4x + 1$

II $2y = x + 4$

9) I $3y = -x - 6$

II $3y = 3x - 18$

4) I $3y - 6 = 2x$

II $x = 3y$

5) I $y + 2 = -x + 2$

II $1,5y - 6,75 = x$

6) I $3y = x + 3$

II $3y = -4x + 18$

7) I $x = 1 - y$

II $-4 + y = 2x$

8) I $3y - 3 = x$

II $-2y - 1 = -x$

9) I $2y = 4x + 2$

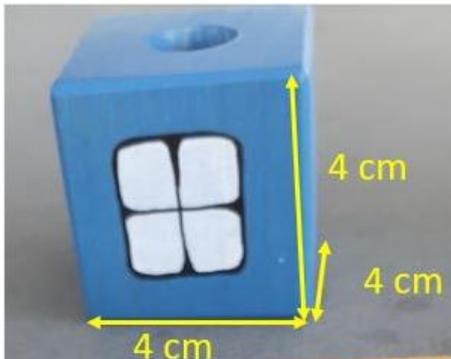
II $y = -0,5x + 3,5$

Lösungen hier:

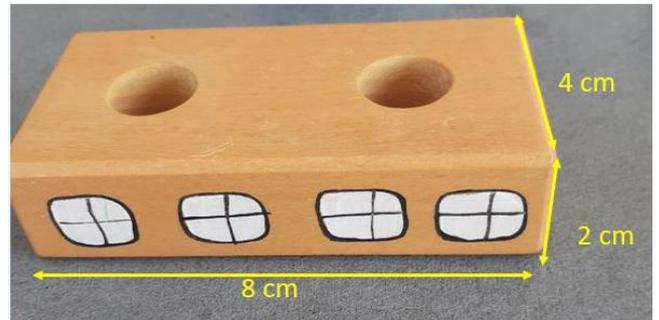


Geometrie im dreidimensionalen Raum

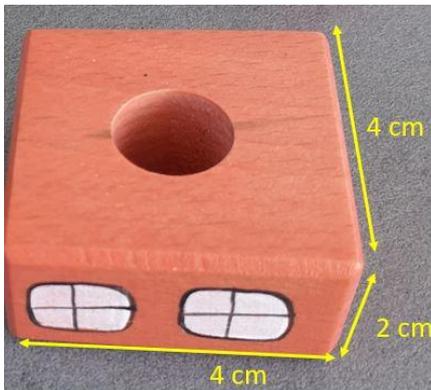
Berechne das Volumen des Würfels



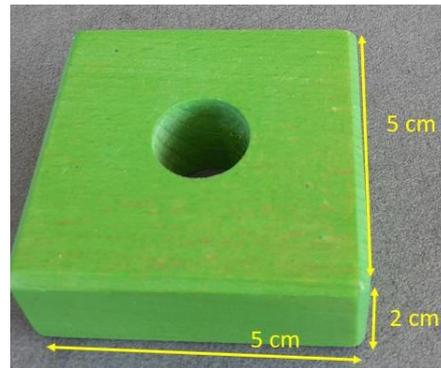
Berechne das Volumen des Quaders:



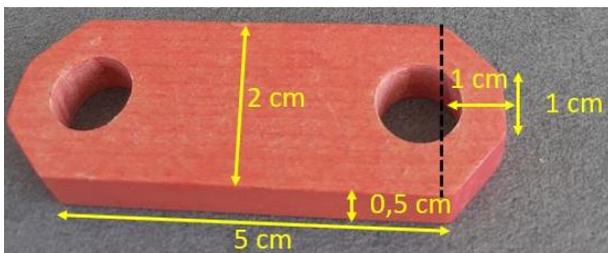
Berechne das Volumen des Quaders:



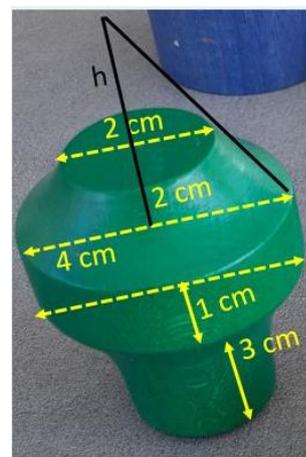
Berechne das Volumen des Quaders:



Berechne das Volumen des zusammengesetzten Körpers:



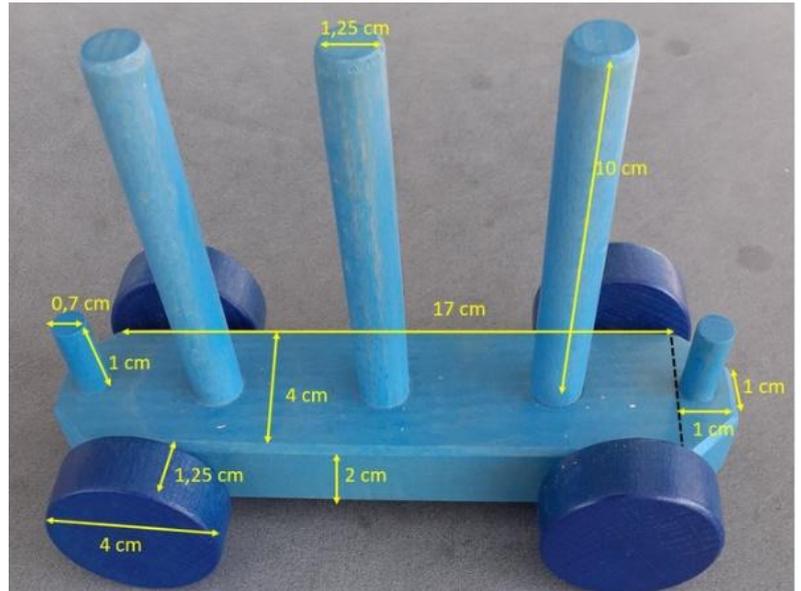
Berechne das Volumen des zusammengesetzten Körpers:



Lösungen hier:

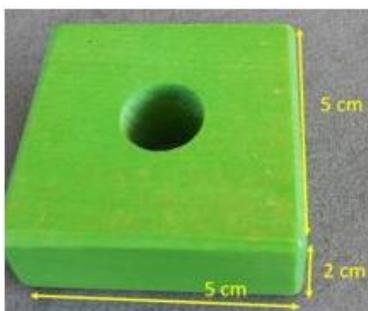
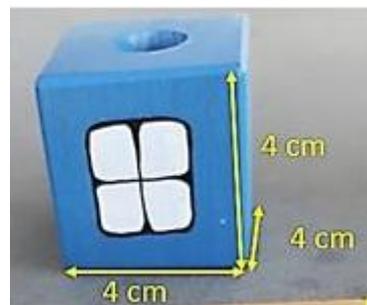


Berechne das Volumen des zusammengesetzten Körpers:



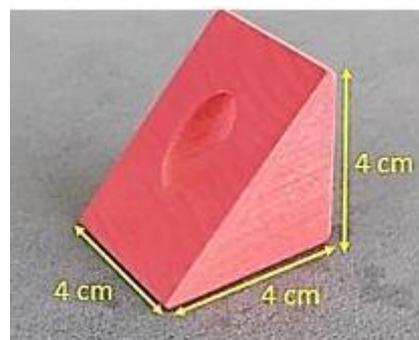
Schrägbilder

Zeichne ein Schrägbild des abgebildeten Würfels:



Zeichne ein Schrägbild des abgebildeten Dreiecksprismas:

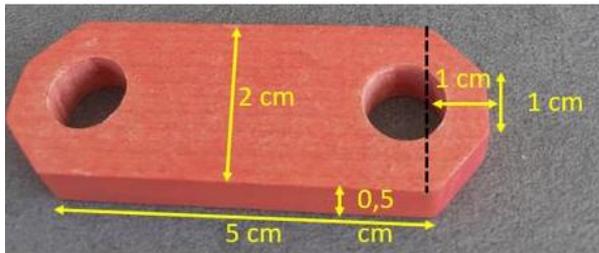
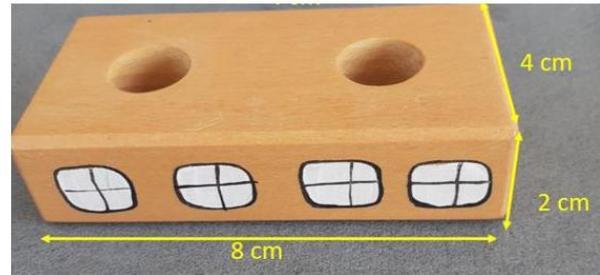
Zeichne ein Schrägbild des abgebildeten Quaders:



Lösungen hier:

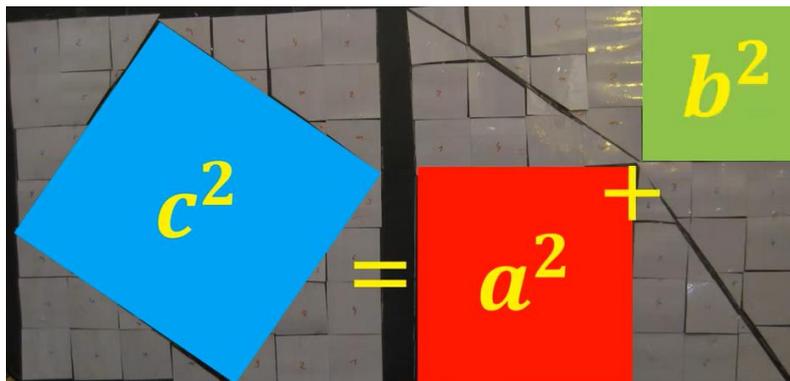


Zeichne ein Schrägbild des abgebildeten Quaders:



Zeichne ein Schrägbild des abgebildeten zusammengesetzten Körpers

Satz des Pythagoras



Die Hypotenuse von Dreiecken mit dem Satz des Pythagoras berechnen

Zeichne die Dreiecke ins Koordinatensystem und berechne die Hypotenuse (die längste Seite im Dreieck, sie liegt dem rechten Winkel gegenüber) mit dem Satz des Pythagoras.

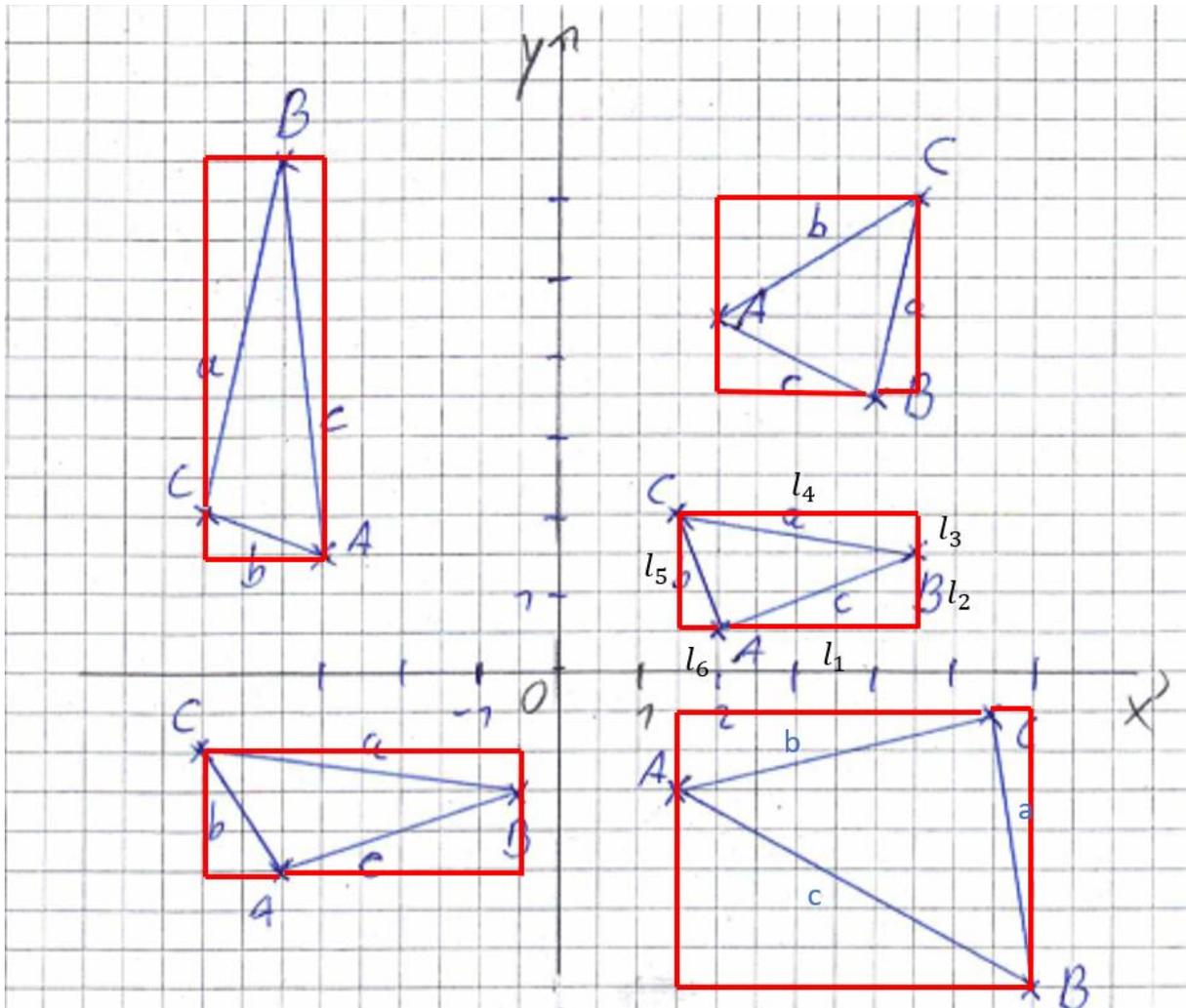
- 1) Dreieck $\Delta_{A,B,C}$ mit $A(1|2,5)$ $B(3|2,5)$ $C(1|7)$
- 2) Dreieck $\Delta_{D,E,F}$ mit $D(4,5|4)$ $E(6,5|5)$ $F(4,5|5)$
- 3) Dreieck $\Delta_{G,H,I}$ mit $G(-2|2)$ $H(-0,5|6)$ $I(-2|6)$
- 4) Dreieck $\Delta_{J,K,L}$ mit $J(-5|0,5)$ $K(-2,5|2)$ $L(-5|2)$

Lösungen hier:



- 5) Dreieck $\Delta_{M,N,O}$ mit $M(-5,5|5)$ $N(-5|8)$ $O(-5,5|8)$
- 6) Dreieck $\Delta_{P,Q,R}$ mit $P(-5|-3)$ $Q(-3|-1)$ $R(-5|-1)$
- 7) Dreieck $\Delta_{S,T,U}$ mit $S(-4,5|-4)$ $T(-0,5|-3,5)$ $U(-0,5|-2,5)$
- 8) Dreieck $\Delta_{V,W,X}$ mit $V(1|-4)$ $W(5|-1)$ $X(1|-1)$

Pythagoras: Dreiecke im Koordinatensystem, Berechnung der Seitenlängen mit äußerer Zerlegung



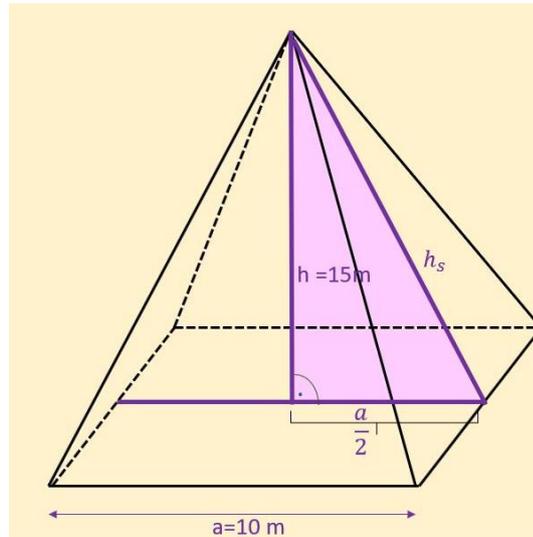
	Berechnung der Seite a	Berechnung der Seite b	Berechnung der Seite c
Dreieck $\Delta_{A,B,C}$	$a=? \quad l_1=.... \quad l_2=.....$	$b=? \quad l_3=.... \quad l_4=....$	$c=? \quad l_5=.... \quad l_6=...$
A(2 4,5)	$a^2=l_1^2+ l_2^2=.....$	$b^2=l_3^2+ l_4^2=....$	$c^2=l_5^2+ l_6^2=.....$
B(4 3,5)	$a=....$	$b=....$	$c=....$
C(4,5 6)			
Dreieck $\Delta_{A,B,C}$	$a=? \quad l_1=.... \quad l_2=.....$	$b=? \quad l_3=.... \quad l_4=....$	$c=? \quad l_5=.... \quad l_6=...$
A(2 0,5)	$a^2=l_1^2+ l_2^2=.....$	$b^2=l_3^2+ l_4^2=.....$	$c^2=l_5^2+ l_6^2=.....$
B(4,5 1,5)	$a=.....$	$b=....$	$c=....$
C(1,5 2)			
Dreieck $\Delta_{A,B,C}$	$a=? \quad l_1=..... \quad l_2=....$	$b=? \quad l_3=.... \quad l_4=....$	$c=? \quad l_5=.... \quad l_6=...$
A(-3 1,5)	$a^2=l_1^2+ l_2^2=.....$	$b^2=l_3^2+ l_4^2=....$	$c^2=l_5^2+ l_6^2=....$
B(-,5 6,5)	$a=.....$	$b=....$	$c=....$
C(-4,5 2)			
Dreieck $\Delta_{A,B,C}$	$a=? \quad l_1=..... \quad l_2=....$	$b=? \quad l_3=.... \quad l_4=....$	$c=? \quad l_5=.... \quad l_6=...$
A(-3,5 -2,5)	$a^2=l_1^2+ l_2^2=.....$	$b^2=l_3^2+ l_4^2=.....$	$c^2=l_5^2+ l_6^2=.....$
B(-0,5 -1,5)	$a=.....$	$b=....$	$c=....$
C(-4,5 -1)			
Dreieck $\Delta_{A,B,C}$	$a=? \quad l_1=..... \quad l_2=....$	$b=? \quad l_3=.... \quad l_4=....$	$c=? \quad l_5=.... \quad l_6=...$
A(1,5 -,5)	$a^2=l_1^2+ l_2^2=.....$	$b^2=l_3^2+ l_4^2=.....$	$c^2=l_5^2+ l_6^2=.....$
B(6 -4)	$a=.....$	$b=....$	$c=....$
C(5,5 -0,5)			

Lösungen hier:



Berechnung von Streckenlängen im Raum mit dem Satz des Pythagoras

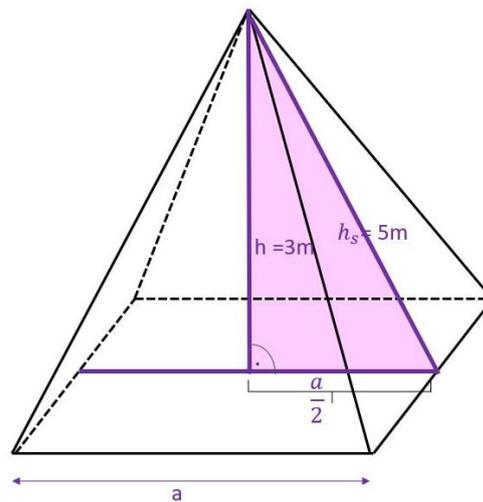
1)



Eine quadratische Pyramide besitzt die Seitenlänge a und die Höhe h .

Berechnen Sie die Seitenhalbierende h_s .

2)

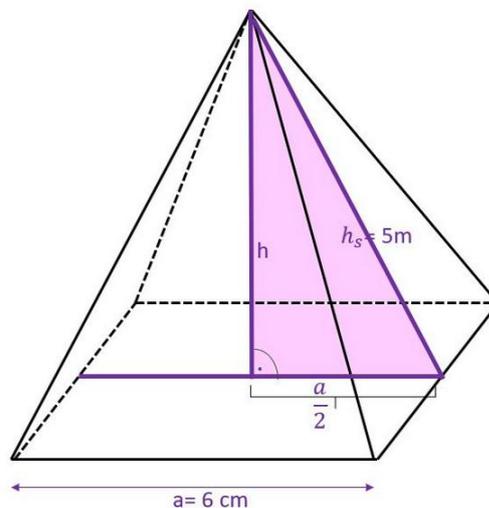


Eine quadratische Pyramide besitzt die Höhe h und die Seitenhalbierende h_s .

Berechnen Sie die Seitenlänge a .

Pythagoras:

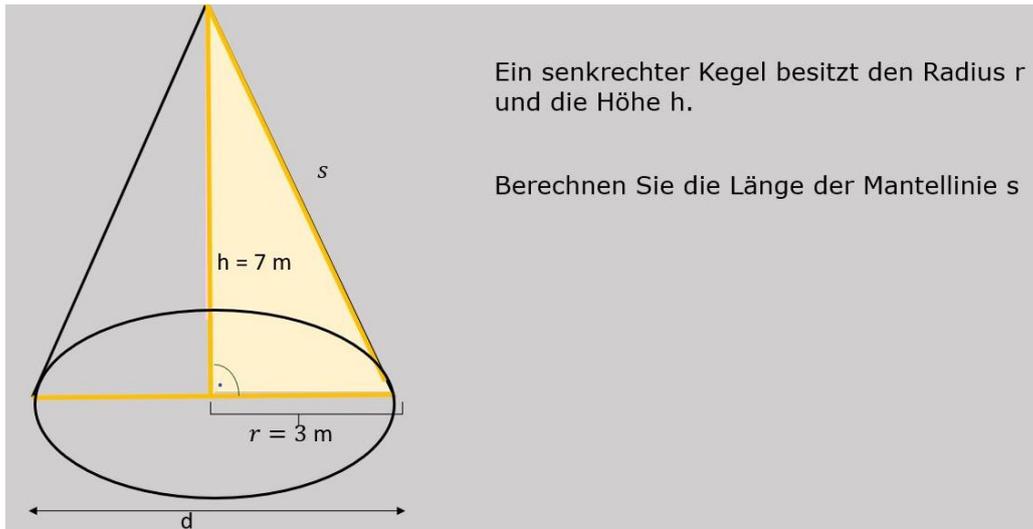
3)



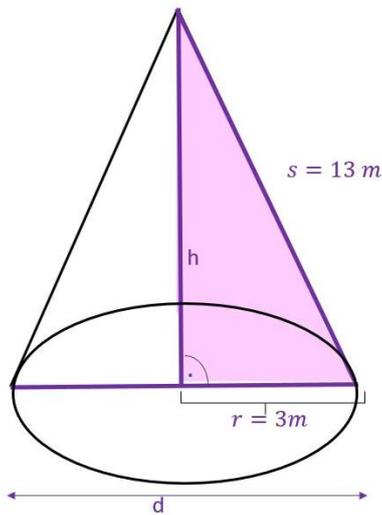
Eine quadratische Pyramide besitzt die Seitenlänge a und ihre Seitenhalbierende hat die Länge h_s .

Berechnen Sie die Höhe h .

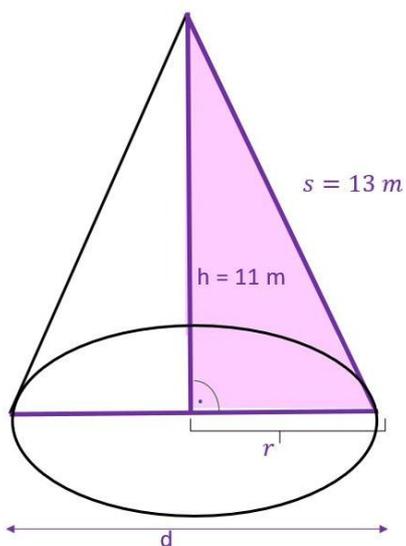
4)



5)



6)



Lösungen hier:



Hier finden Sie Informationen über Achsensymmetrie und Punktsymmetrie



Aufgaben für die Fachschulreife Teil II (Funktionen)

Funktionen

[Wertetabelle und Schaubild](#)

[Ein Verständnis für y-Achsenabschnitt und Steigung entwickeln](#)

[Geraden: Erkenne den Zusammenhang zwischen Wertetabelle, Schaubild und Funktionsgleichung](#)

[Kriterium für parallele Geraden](#)

[Aufgabe zum Verständnis der allgemeinen Form einer Geradengleichung](#)

[Geraden: Lerne zu gegebenen Informationen \(Zwei Punkte, Steigung,...\) eine Gerade zu zeichnen](#)

[Geraden: Lerne zu gegebenen Informationen \(Wertetabelle, Punkt und Steigung, ...\) eine Gerade zu zeichnen](#)

[Videos zum Thema "Geraden zeichnen"](#)

[Geraden ins Koordinatensystem zeichnen](#)

[Geraden ins Koordinatensystem zeichnen II](#)

[ZPF und PSF](#)

[Geraden: Verständnisfragen, Umformen der Geradengleichung, Nullstellen bestimmen](#)

[Geraden: So könnte eine Klassenarbeit aussehen \(Wertetabelle, Zeichnung, PSF, Punktprobe\)](#)

Quadratische Funktionen, Parabeln

[Kennenlernen quadratischer Funktionsgleichungen: Wertetabelle und Schaubild angeben können](#)

[Funktionsgleichungen einer verschobenen Parabel: Wertetabelle und Schaubild angeben können](#)

[Parabel: Herstellen der Scheitelform mit quadratischer Ergänzung](#)

[Parabel: Normalform, Scheitelform, faktorisierte Form ineinander umrechnen \(pq-Formel, quadratische Ergänzung\)](#)

[Parabeln ins Koordinatensystem zeichnen](#)

[Parabel: Lage erkennen, zeichnen, Nullstellen bestimmen, Schnittpunkt mit einer Geraden/ Parabel, pq-Formel](#)

[Parabel: Herstellen der Scheitelform mit quadratischer Ergänzung](#)

Aufgaben mit Parabeln und Geraden

[Zeichnen von Geraden und Parabeln: manchmal musst Du vor dem Zeichnen erst die Funktionsgleichung finden mit PSF oder quadratischer Ergänzung](#)

[Funktionsgleichungen von Geraden und Parabeln: Wertetabelle und Schaubild angeben können](#)

[Lerne, wann eine Wertetabelle zu einer Funktion gehört und wie man sie bei gegebenem Funktionsterm ausfüllt](#)

[Gerade und Parabel, gemischte Aufgaben](#)

Werteabelle und Schaubild

1) Zeichne folgende Funktionen in ein Koordinatensystem (eine Einheit = ein Kästchen)

a)

x	-6	-3	0	3	6
f(x)	-2	-1	0	1	2

b)

x	-4	-2	0	2	6
f(x)	-6	-3	0	3	9

c)

x	-4	-2	-1	3	6
f(x)	-2	-1	-0,5	1,5	3

d)

x	-3	-2	-1	2	4
f(x)	3	2	1	-2	-4

2) Finde zu den Funktionen 1a bis 1d die zugehörige Abbildungsvorschrift

a) $f(x) =$

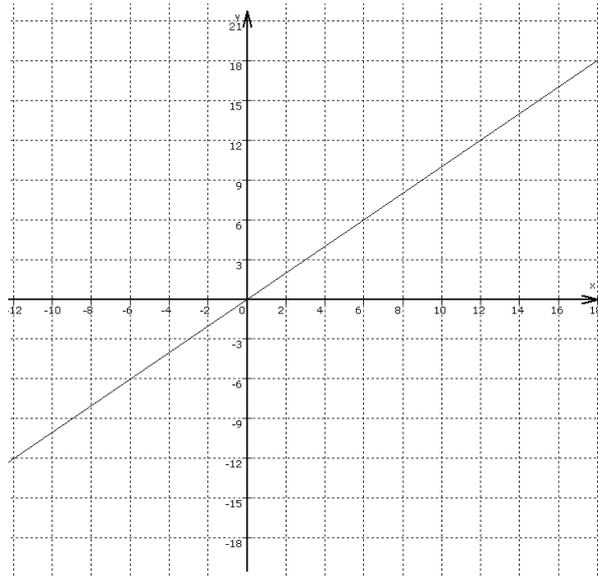
b) $f(x) =$

c) $f(x) =$

d) $f(x) =$

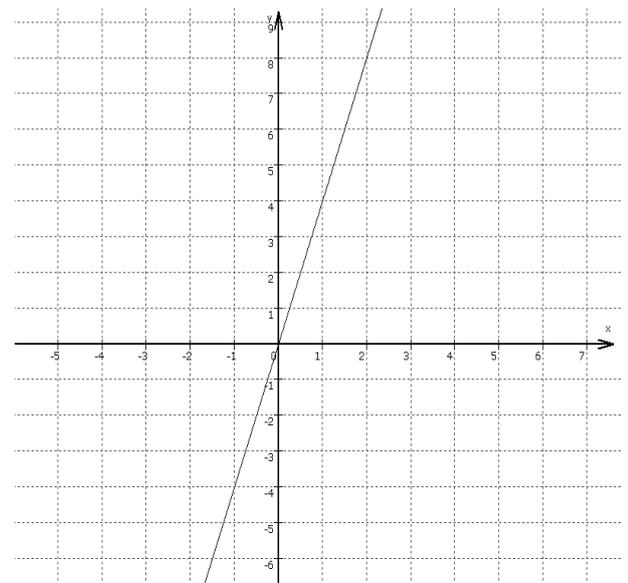
3) Erstellen Sie zu folgenden Funktionen eine Wertetabelle

a)



x	-3	0	3	6	9
f(x)					

b)



x	0	1	2
f(x)			

Ein Verständnis für y-Achsenabschnitt und Steigung entwickeln

1) Woran erkennt man die Wertetabelle einer linearen Funktion? Fülle zur Beantwortung der Frage die Tabelle aus:

x	1,5	8	12	13	17
y	0,6	3,2	4,8	5,2	6,8
m=x:y					

Merke: Die Steigung m ist das Verhältnis von Höhen- und Horizontalunterschied zwischen zwei Punkten einer Geraden.

2) Wie viele Punktepaare aus einer Wertetabelle einer linearen Funktion werden **mindestens** zum Zeichnen des Graphen benötigt?

3) Es sei $P(4|3)$ ein Punkt auf einer Geraden mit Steigung $m = 2$. Kannst du die Gerade zeichnen?

Setze ein Kreuz an der Stelle $P(\dots|\dots)$ im Koordinatensystem. Gehe von dort aus 1 nach und 2 nach und setze hier ein zweites Kreuz. Dann kannst du die Gerade durch die beiden Punkte ziehen.

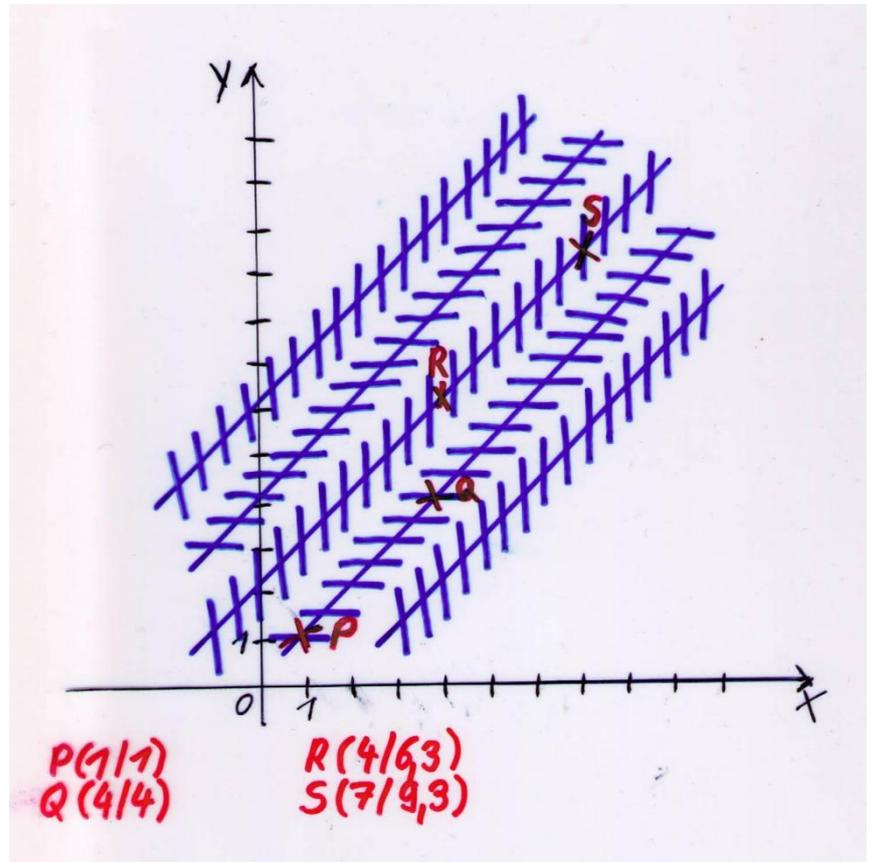
4) Von einer Geraden ist die Steigung $m = 2$ und der y-Achsenabschnitt $b = 1$. Kannst Du die Gerade zeichnen?

Setze ein Kreuz bei $P(\dots|\dots)$ auf der y-Achse und gehe von dort aus 1 nach und 2 nach Setze hier ein weiteres Kreuz und ziehe die Gerade durch die beiden Kreuze.

Kriterium für parallele Geraden

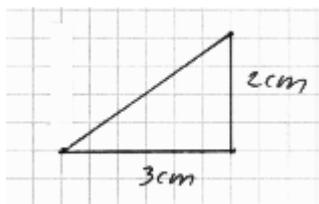
Sind die Geraden auf dem Bild parallel?

Begründe Deine Antwort durch eine Rechnung.



Aufgabe zum Verständnis der allgemeinen Form einer Geradengleichung

1) Zeichne in ein kartesisches Koordinatensystem (LE = 1 cm) eine Ursprungsgerade g , die das beigefügte (siehe unten) Dreieck als Steigungsdreieck besitzt.



2) Erstelle die zur Geraden g gehörige Wertetabelle:

x	-3	-1,5	0	1,5	3
g(x)					

3) Zeichne nun in dasselbe Koordinatensystem eine zweite Gerade h , die nicht durch den Ursprung geht und ebenfalls das Dreieck als Steigungsdreieck besitzt.

4) Erstelle auch zu der zweiten Geraden h eine Wertetabelle:

x	-1	0,5	2	5	x
h(x)					

Merke:

Die **allgemeine Form einer Geradengleichung** lautet

$$f(x) = m \cdot x + b$$

m nennt man **Steigung** der Geraden

b nennt man den **y-Achsenabschnitt** der Geraden

[Geraden: Lerne zu gegebenen Informationen \(Zwei Punkte, Steigung,...\) eine Gerade zu zeichnen](#)

1) Zeichne folgende Geraden in ein rechtwinkliges Koordinatensystem

($-7\text{cm} \leq x \leq 7\text{cm}$, $-7\text{cm} \leq y \leq 7\text{cm}$)

a) Die Gerade g geht durch den Punkt A(0 | 3) und hat Steigung $m = -\frac{3}{5}$

b) Die Gerade h besitzt die Gleichung $y = 2x + \frac{9}{2}$

c) Zur Geraden s gehört die Gleichung $-24 + 4y = x$

d) Die Gerade l ist parallel zu h und geht durch den Punkt B(5 | 2)

2) Die Gerade g bildet mit den Koordinatenachsen ein Dreieck. Berechne seinen Flächeninhalt.

3) Zeichne in ein anderes (kleineres) Koordinatensystem zwei orthogonale Geraden, d.h. zwei Geraden die zueinander senkrecht sind. Lesen Sie deren Steigungen ab. Was fällt Dir auf?

[Geraden: Lerne zu gegebenen Informationen \(Wertetabelle, Punkt und Steigung, ...\) eine Gerade zu zeichnen](#)

1) Zeichne die Funktionen in ein Koordinatensystem

b) $g(x) = \frac{5}{4}x - 1,5$

c) $h(x) = 2x + \frac{3}{2}$

d) $k(x) = \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}$

2) Zeichne in ein neues Koordinatensystem die Schaubilder der Funktionen:

a) Die Gerade g besitzt die Steigung $m = 3$ und geht durch den Punkt $P(2|-3)$

b)

x	-1	0	1	2
h(x)	2	1	0	-1

c) Die Gerade t ist parallel zur x-Achse und geht durch den Punkt $C(3|3)$.

[Geraden ins Koordinatensystem zeichnen](#)

Zeichne die Geraden in ein kartesisches Koordinatensystem:

$y = \frac{2}{3}x + 2$

$y = \frac{1}{2}x + 0,5$

$y = -\frac{3}{4}x - 1$

$y = 2x + 3$

$y = -x + 5$

$y = -\frac{3}{4}x - 1$

$y = -\frac{5}{4}x + 3,5$

$y = \frac{1}{6}x - 4$

$y = \frac{3}{8}x - 4,5$

Geraden ins Koordinatensystem zeichnen II

Zeichne die Geraden in ein kartesisches Koordinatensystem:

$y = \frac{1}{2}x + 2$	$y = \frac{2}{3}x + 1$
$y = \frac{5}{4}x + 1$	$y = \frac{1}{3}x + 4$

$y = \frac{7}{4}x - 3$	$y = \frac{2}{5}x - 7$
$y = \frac{4}{3}x - 1$	$y = \frac{3}{4}x - 5$

$y = -\frac{5}{4}x + 1$	$y = -\frac{3}{2}x + 4$
$y = -\frac{7}{5}x + 3$	$y = -\frac{1}{2}x + 2$

$y = -\frac{1}{3}x - 2$	$y = -\frac{3}{2}x - 3$
$y = -\frac{3}{5}x - 4$	$y = -\frac{5}{2}x - 1$

$y = \frac{1}{1}x + 0$	$y = \frac{-1}{1}x + 0$
------------------------	-------------------------

$y = \frac{2}{1}x + 0,5$	$y = \frac{3}{1}x - \frac{3}{4}$
--------------------------	----------------------------------

ZPF und PSF

Entscheide, ob folgende Aufgaben mit der Zwei-Punkte-Form (ZPF) oder mit der Punkt-Steigungs-Form (PSF) gelöst werden können.

- | | |
|---|------------------------------------|
| Berechne die Gleichung der Geraden durch A(1 2), die zur Geraden mit
1) der Gleichung $y = -\frac{1}{2}x + 1$ parallel verläuft. | Lösung mit
<input type="text"/> |
| 2) Wie lautet die Gleichung der Geraden durch A(1 2), die parallel zur
x-Achse verläuft? | Lösung mit
<input type="text"/> |
| 3) Berechne die Gleichungen der Seiten des Dreiecks ABC mit A(-2 3),
B(6 1), C(2 5). | Lösung mit
<input type="text"/> |
| 4) Wie lautet die Gleichung der Geraden durch A(-3 -1), die durch den
Nullpunkt geht? | Lösung mit
<input type="text"/> |
| 5) Berechne die Gleichung der Geraden durch A(1 2), die zur positiven
x-Achse unter 45° ansteigt. | Lösung mit
<input type="text"/> |
| 6) Wie lautet die Gleichung der Geraden durch A(-3 -1), die außerdem
durch B(0 2) geht? | Lösung mit
<input type="text"/> |
| 7) Berechne die Gleichung der Geraden durch A(1 2), die zur Geraden
mit der Gleichung $y = 2x + 1$ orthogonal verläuft. | Lösung mit
<input type="text"/> |
| 8) Wie lauten die Gleichungen der Seiten des Vierecks ABCD mit
A(-3 -1,5), B(3 -0,5), C(1,5 2), A(-1,5 1,5)? | Lösung mit
<input type="text"/> |

Berechne die Gleichung der Geraden durch A(1|2), die zur Geraden mit der Gleichung

$y = -\frac{1}{2}x + 1$ parallel verläuft.

Lösungsweg mit

Wie lautet die Gleichung der Geraden durch A(1|2), die parallel zur x-Achse verläuft?

Lösungsweg mit

Berechne die Gleichungen der Seiten des Dreiecks ABC mit $A(-2|3)$, $B(6|1)$, $C(2|5)$.

Lösungsweg mit

Wie lautet die Gleichung der Geraden durch $A(-3|-1)$, die durch den Nullpunkt geht?

Lösungsweg mit

Berechne die Gleichung der Geraden durch $A(1|2)$, die zur positiven x-Achse unter 45° ansteigt.

Lösungsweg mit

Wie lautet die Gleichung der Geraden durch $A(-3|-1)$, die außerdem durch $B(0|2)$ geht?

Lösungsweg mit

Berechne die Gleichung der Geraden durch $A(1|2)$, die zur Geraden mit der Gleichung $y=2x+1$ orthogonal verläuft.

Lösungsweg mit

Wie lauten die Gleichungen der Seiten des Vierecks ABCD mit $A(-3|-1,5)$, $B(3|-0,5)$, $C(1,5|2)$, $D(-1,5|1,5)$?

Lösungsweg mit

[Geraden: Verständnisfragen, Umformen der Geradengleichung, Nullstellen bestimmen](#)

1) Du willst eine Gerade zeichnen. Welche der nachstehenden Angaben genügen, damit eindeutig festgelegt ist, wie die Gerade verläuft?

Steigung, zwei Punkte, ein Punkt, eine Wertetabelle

2) Bestimme durch Rechnung die Steigung und den y-Achsenabschnitt der zu folgenden Gleichungen gehörenden Geraden:

a) Gerade f : $3y + 5 = 2x - 7$

b) Gerade g: $2y - 3 = -2x$

c) Gerade h: $8y + x = 480$

3) Bestimme durch Rechnung die Nullstellen der Geraden f, g, und h.

4) Gegeben sind die Punkte $P_1(5 | 4)$ und $P_2(7 | 5)$.

a) Zeichne in ein KS die Gerade, die durch diese beiden Punkte geht.

b) Lies ihre Steigung ab.

c) Wäre es möglich auch ohne Schaubild allein durch die Koordinaten der zwei Punkte die Steigung der Geraden zu bestimmen?

[Geraden: So könnte eine Klassenarbeit aussehen \(Wertetabelle, Zeichnung, PSF, Punktprobe\)](#)

1) (a) Zeichne mit Hilfe einer **Wertetabelle** die Graphen der Funktionen

$$g : x \mapsto \frac{1}{2}x - 3 \text{ und } h : x \mapsto -1,5x + 2 \text{ in ein rechtwinkliges}$$

Koordinatensystem.

(b) Zu der Gleichung $y = \frac{5}{3}x + 1$ gehört eine Funktion f . Zeichnen Sie ohne Wertetabelle den Graphen von f in das vorhandene Koordinatensystem. Erklären Sie Ihr Vorgehen in Worten oder machen Sie es in der Zeichnung kenntlich.

2) Eine Gerade g verläuft durch die Punkte $A(-4 | -0,5)$ und $B(4 | 3,5)$.

(a) Berechnen Sie die Gleichung der Geraden g .

(b) Liegt $C(1/3)$ auf der Geraden $g : y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$? Begründen Sie Ihre Antwort durch eine Rechnung.

3) Die Geraden, die durch nachstehende Punkte gehen, sollen Sie **nicht** in ein Koordinatensystem zeichnen. Wählen Sie nur diejenigen heraus, welche Parallelen zu den Achsen sind und geben Sie deren Funktionsgleichungen an.

- (a) $A(1/5), B(2/3)$ (b) $C(2/4), D(2/1)$
 (c) $R(5/9), S(1/9)$ (d) $P(3/4), Q(5/6)$.

4) Entscheide selbst, ob Sie diese Aufgabe lieber rechnerisch oder mit Hilfe einer Zeichnung lösen wollen:

Stellen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g auf, die durch nachstehenden Punkt geht und die Steigung m besitzt: $A(3/2), m = 1,5$

Quadratische Funktionen, Parabeln

[Kennenlernen quadratischer Funktionsgleichungen: Wertetabelle und Schaubild angeben können](#)

1) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne ein Schaubild zu folgender Funktion:

$y = x^2$

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2
$y = x^2$							

2) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne ein Schaubild zu folgender Funktion:

$y = x^2+1$

x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5
$y = x^2+1$							

3) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne ein Schaubild zu folgender Funktion:

$y = x^2-3$

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2
$y = x^2-3$							

4) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne ein Schaubild zu folgender Funktion:

$$y = (x-3)^2$$

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2
$y = (x-3)^2$							

5) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne ein Schaubild zu folgender Funktion:

$$y = (x+1)^2$$

x	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3
$y = (x+1)^2$							

6) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne ein Schaubild zu folgender Funktion:

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \frac{1}{2}x^2$							

Parabel: Herstellen der Scheitelform mit quadratischer Ergänzung

Berechnen Sie die Scheitelkoordinaten folgender Parabeln:

1)	$y = x^2 + x - 2$ $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$	Lösung: S (-1 -3)
2)	$y = x^2 + 1x + 1$ $y = 2x^2 + 1x + 1$	Lösung: S (3 5)
3)	$y = \frac{1}{3}x^2 - 2x - 2$ $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x - 2$	Lösung: S (-3 1)
4)	$y = 4x^2 + 8x - 5$ $y = 4x^2 + 8x - 5$	Lösung: S (-1 -9)
5)	$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$	Lösung: S (-2 0)
6)	$y = x^2 - 6x - 5$ $y = 3x^2 - 6x - 5$	Lösung: S(-1 0)

[Parabel: Normalform, Scheitelform, faktorisierte Form ineinander umrechnen \(pq-Formel, quadratische Ergänzung\)](#)

1)

Entscheide, in welcher Form die zur Parabel gehörige Gleichung gegeben ist:

$p(x) = x^2 + 2x - 3$	<input type="text"/>	Wähle unter folgenden Begriffen: Scheitelform Faktorisierte Form Normalform
$p(x) = (x+2)(x+3)$	<input type="text"/>	
$p(x) = (x-3)^2 - 5$	<input type="text"/>	
$p(x) = x^2 - 10x + 16$	<input type="text"/>	
$p(x) = (x+1)^2 + 1$	<input type="text"/>	
$p(x) = (x-3)(x-1)$	<input type="text"/>	

2) Berechne die jeweils anderen Formen der Funktionsgleichung:

$$p(x) = x^2 + 2x - 3$$

Faktorisierte Form: $p(x) =$

Scheitelpunktform: $p(x) =$

3) Berechne die jeweils anderen Formen der Funktionsgleichung:

$$p(x) = (x+2)(x+3)$$

Faktorisierte Form: $p(x) =$

Scheitelpunktform: $p(x) =$

3) Berechne die jeweils anderen Formen der Funktionsgleichung:

$$p(x) = (x+2)(x+3)$$

Normalform: $p(x) =$

Scheitelpunktform: $p(x) =$

4) Berechne die jeweils anderen Formen der Funktionsgleichung:

$$p(x) = (x-3)^2 - 5$$

Normalform: $p(x) =$

Faktorierte Form: $p(x) =$

5) Berechne die jeweils anderen Formen der Funktionsgleichung:

$$p(x) = x^2 - 10x + 16$$

Faktorierte Form: $p(x) =$

Scheitelpunktform: $p(x) =$

6) Berechne die jeweils anderen Formen der Funktionsgleichung:

$$p(x) = (x+1)^2 + 1$$

Normalform: $p(x) =$

Faktorierte Form: $p(x) =$

7) Berechne die jeweils anderen Formen der Funktionsgleichung:

$$p(x) = (x-3)(x-1)$$

Normalform: $p(x) =$

Scheitelpunktform: $p(x) =$

8) Gegeben ist die Parabel mit der Gleichung $p(x) = x^2 - 4x + 2$

Bestimme rechnerisch die Scheitelkoordinaten von p : $S(\dots | \dots)$

Berechne die Nullstellen der Parabel: $N_1(\dots | \dots)$ $N_2(\dots | \dots)$

Erstelle eine Wertetafel für p mit $x \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

x	-1	0	1	2	3	4
P(x)						

Parabeln ins Koordinatensystem zeichnen

Zeichnen Sie in ein rechtwinkliges Koordinatensystem:

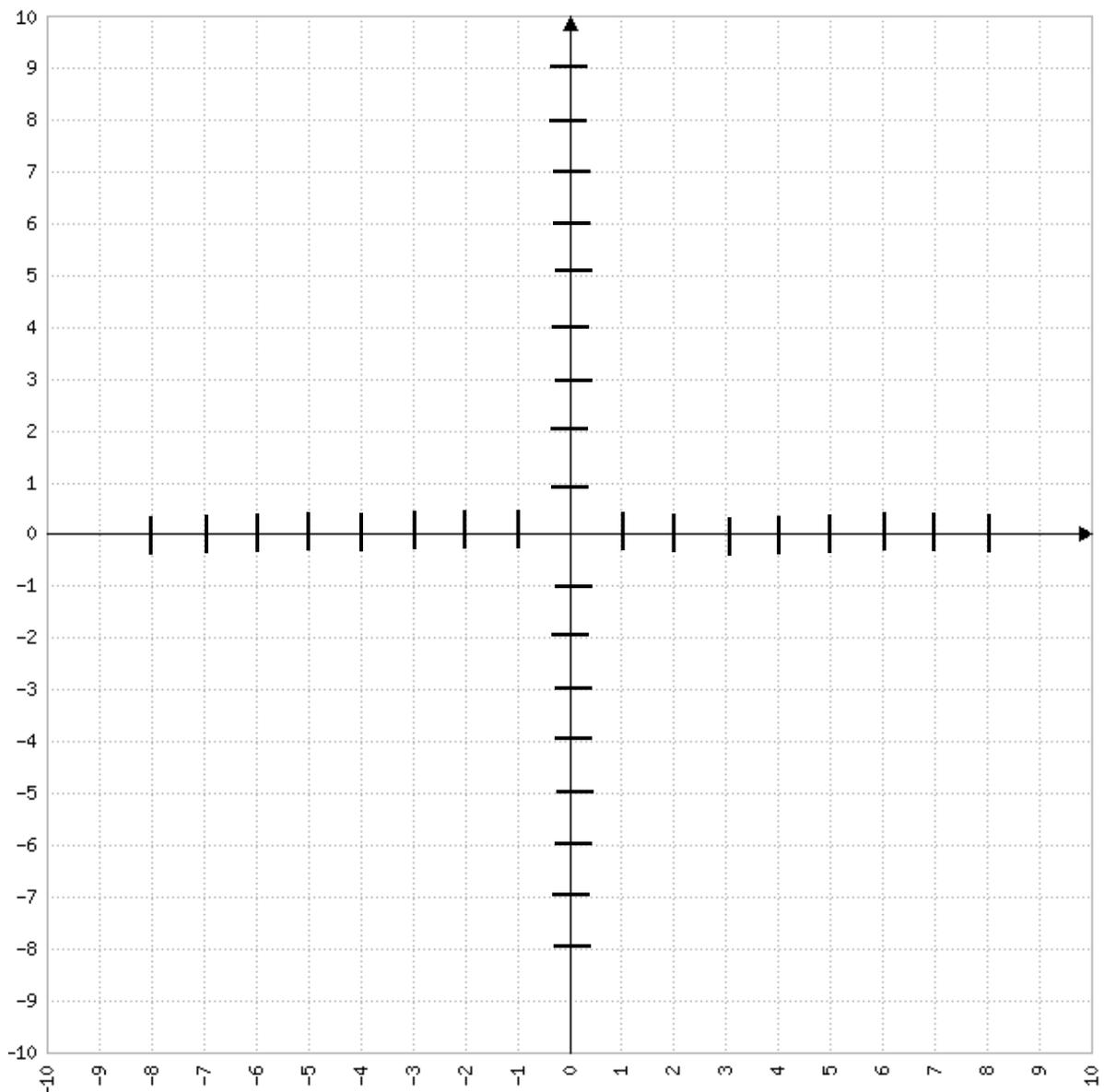
$$y = (x - 1)^2 + 2$$

$$y = -(x + 2)^2 - 3$$

$$y = (x - 4)^2 + 1$$

$$y = -(x + 0,5)^2 + 1,5$$

$$y = (x - 1,5)^2 - 4$$



Aufgaben mit Geraden und Parabeln

[Zeichnen von Geraden und Parabeln: manchmal musst Du vor dem Zeichnen erst die Funktionsgleichung finden mit PSF oder quadratischer Ergänzung](#)

1) Zeichne die Geraden mit den Gleichungen

$$y = x + 1 \quad y = -5x + 7 \quad y = 2 \quad y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \quad y = 2x$$

in ein Koordinatensystem. Alle Geraden schneiden sich in einem Punkt. Markiere diesen Punkt farbig in Deiner Zeichnung und berechne seine Koordinaten.

Antwort: Die Geraden schneiden sich im Punkt $P(\dots | \dots)$

2) Für die Geraden g , f , h und j sind jeweils die Steigungen m und ein Punkt P der Geraden, welcher auf der y -Achse liegt, gegeben. Stelle die Geradengleichungen auf, und zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem.

$$g: m = 1, P(0|1) \quad f: m = -5, P(0|7)$$

$$h: m = 0, P(0|2) \quad j: m = -\frac{1}{2}, P(0|\frac{5}{2})$$

3) Eine Parabel ist durch die Gleichung $y = x^2 + 2x - 1$ gegeben. Bestimme die Scheitelform und zeichne das Schaubild in ein Koordinatensystem. Berechne die Schnittpunkte mit der x -Achse.

Antwort: Die Scheitelform der Parabelgleichung lautet: $p(x) = (x + \dots)^2 - \dots$

Die Schnittpunkte mit der x -Achse liegen bei $N_1 = (\dots | \dots)$ und $N_2 = (\dots | \dots)$

4) eine Parabel ist durch die Gleichung $y = x^2 - 3x + \dots$ gegeben. Bestimme die Scheitelform und zeichne das Schaubild in ein Koordinatensystem. Berechne den Schnittpunkt mit der y -Achse.

Antwort: Die Scheitelform der Parabelgleichung lautet: $p(x) = (x - \dots)^2 + \dots$

Die Parabel schneidet die y -Achse im Punkt $S_y(0 | \dots)$.

Funktionsgleichungen von Geraden und Parabeln: Wertetabelle und Schaubild angeben können

1) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne mit Hilfe der Wertetabelle das Schaubild der gegebenen Funktion.

$$p(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \quad \text{Wertetafel mit } x \quad \{-1;0;1;2;3;4\}$$

x						
p(x)						

2) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne mit Hilfe der Wertetabelle das Schaubild der gegebenen Funktion.

$$p(x) = -x^2 + x + 5 \quad \text{Wertetafel mit } x \quad \{-1;0;1;2;3;4\}$$

x						
p(x)						

3) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne mit Hilfe der Wertetabelle das Schaubild der gegebenen Funktion.

$$p(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \quad \text{Wertetafel mit } x \quad \{-2;-1;0;1;2;3;4\}$$

x						
p(x)						

4) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne mit Hilfe der Wertetabelle das Schaubild der gegebenen Funktion.

$$p(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 2 \quad \text{Wertetafel mit } x \quad \{-1;0;1;2;3;4\}$$

x						
p(x)						

5) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne mit Hilfe der Wertetabelle das Schaubild der gegebenen Funktion.

$$p(x) = x^2 - x - 6 \quad \text{Wertetafel mit } x \quad \{-1;0;1;2;3;4\}$$

x						
p(x)						

6) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne mit Hilfe der Wertetabelle das Schaubild der gegebenen Funktion.

$$p(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 5 \quad \text{Wertetafel mit } x \quad \{-1;0;1;2;3;4\}$$

x							
p(x)							

7) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne mit Hilfe der Wertetabelle das Schaubild der gegebenen Funktion.

$$p(x) = 2x^2 - \frac{1}{2}x \quad \text{Wertetafel mit } x \quad \{-2;-1;0;1;2;3;4\}$$

x							
p(x)							

8) Fülle die Wertetabelle aus und zeichne mit Hilfe der Wertetabelle das Schaubild der gegebenen Funktion.

$$p(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \quad \text{Wertetafel mit } x \quad \{-2;-1;0;1;2;3;4\}$$

x							
p(x)							

[Lerne, wann eine Wertetabelle zu einer Funktion gehört und wie man sie bei gegebenem Funktionsterm ausfüllt](#)

1) Welche der folgenden Tabellen sind Wertetabellen von Funktionen?

a)

x	1	2	3	4	5
f(x)	56	7	8	0	3

Antwort: Die Wertetabelle

b)

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	7	7	7	7	7

Antwort: Die Wertetabelle

c)

x	1	1	2	3	4
f(x)	5	6	7	6	0

Antwort: Die Wertetabelle

d)

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4

Antwort: Die Wertetabelle

2) Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$; $x \in \mathbb{R}$. K ist das Schaubild von f.

Liegt der Punkt P(1,5 / 1) auf dem Schaubild K?

Antwort: P auf dem Schaubild von f.

3) Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$; $x \in \mathbb{R}$. K ist das Schaubild von f.

An welchen Stellen ist der Funktionswert 4?

Antwort: Der Funktionswert ist 4 an den Stellen $x_1 =$ und $x_2 =$

4)

Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$; $x \in \mathbb{R}$. K ist das Schaubild von f .

Berechne die Funktionswerte an den Stellen $\sqrt{2}$ und -3 .

Antwort: $f(\sqrt{2}) =$

$f(-3) =$

5)

Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$; $x \in \mathbb{R}$. K ist das Schaubild von f .

Erstelle eine Wertetabelle für $-3 \leq x \leq 3$ mit Schrittweite 1, und zeichne K .

Antwort:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	<input type="text"/>						

Gerade und Parabel, gemischte Aufgaben

Zwei Geraden g und h sind durch folgende Funktionsterme gegeben:

$$g(x) = \frac{1}{2}x - 1 \quad h(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{5}{2}$$

Zeichne K_g und K_h mit Hilfe eines Steigungsdreiecks in ein Koordinatensystem.

2) Berechne den Schnittpunkt von K_g und K_h

3) Eine Parabel ist durch den Funktionsterm $f(x) = x^2 - 4x + 3$ gegeben. Bestimme rechnerisch den Scheitelpunkt der Parabel.

4) Eine Parabel ist durch den Funktionsterm $f(x) = x^2 - 4x + 3$ gegeben. Berechne die Funktionswerte an den Stellen $\sqrt{5}$ und $\frac{1}{2}$.

5) Eine Parabel ist durch den Funktionsterm $f(x) = x^2 - 4x + 3$ gegeben. An welchen Stellen ist der Funktionswert 1?

6) Eine Parabel ist durch den Funktionsterm $f(x) = x^2 - 4x + 3$ gegeben. Prüfe durch eine Rechnung, ob $P(2/1) \in K_f$.

7) Eine Parabel ist durch den Funktionsterm $f(x) = x^2 - 4x + 3$ gegeben.

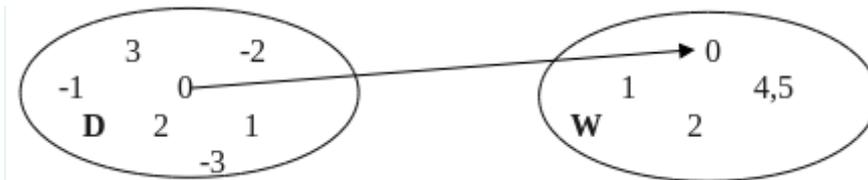
Erstelle eine Wertetabelle für $-2 \leq x \leq 2$ mit Schrittweite 1.

8) Eine Parabel ist durch den Funktionsterm $f(x) = x^2 - 4x + 3$ gegeben.

Zeichnen Sie K_f in ein Koordinatensystem.

9) Für eine Funktion t lautet die Zuordnungsvorschrift $t : x \rightarrow \frac{1}{2}x^2$

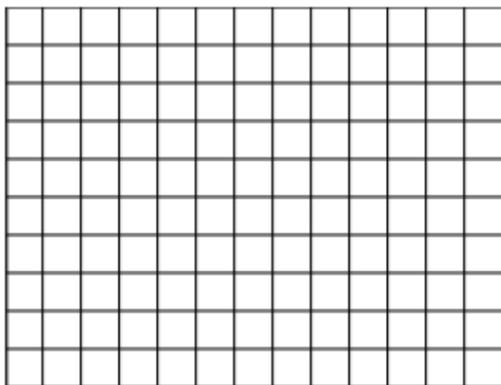
Veranschauliche diese Zuordnung durch Pfeile von den Elementen der Definitionsmenge zu den Elementen der Bildmenge



10) Veranschauliche diese Zuordnung durch eine Wertetabelle:

$x \in D$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y \in W$							

11) Veranschauliche diese Zuordnung durch „Kreuzchen“ im Koordinatensystem



Gleichung und Schaubild einer Parabel

Allgemein hat die Gleichung einer Parabel die Form $p(x) = a \cdot (x-b)^2+c$. Die Formvariablen a , b und c stehen für bestimmte Zahlen. Zum Beispiel ergibt $a=$

$\frac{1}{2}$, $b = 2$ und $c = 1$ ergibt die Gleichung: $p(x) =$

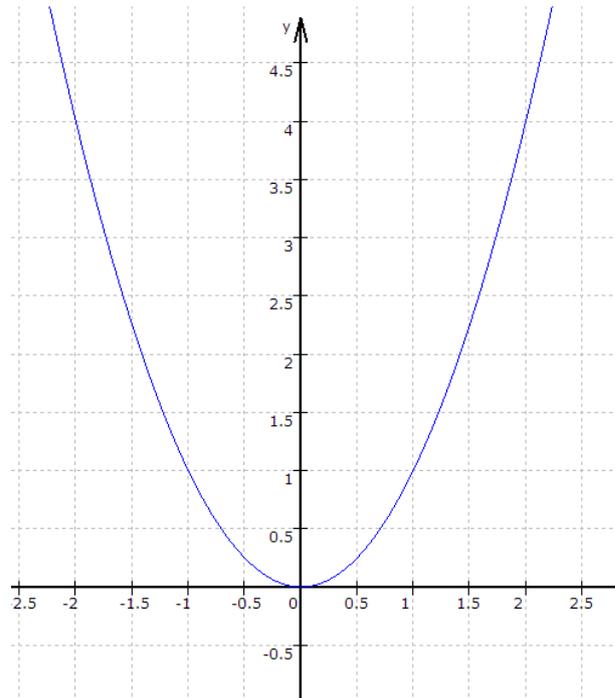
Die Gleichung $p(x) = x^2$ ist die Funktionsgleichung der **Normalparabel**:

Hier ist als $a =$, $b =$, $c =$.

Die Normalparabel sieht so aus:

Wertetabelle:

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2
x ²							



Wenn sich die Zahlen für a, b und c verändern, ändert sich auch die Parabel. Beschreiben Sie diese Veränderung, indem Sie sich die bereits gezeichneten Schaubilder im Heft nocheinmal ansehen:

Die Formvariable a bewirkt, dass

.....

Die Formvariable b bewirkt, dass.....

.....

Die Formvariable c bewirkt, dass.....

.....

Beschreiben Sie für die zu folgenden Gleichungen gehörenden Parabeln die Lage im Koordinatensystem:

$$p_1(x) = 3(x-5)^2 + 10$$

$$p_2(x) = 8(x+5)^2 + 3$$

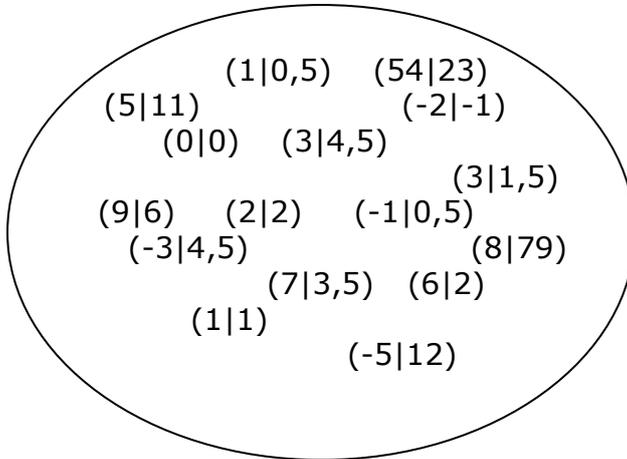
$$p_3(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 6$$

$$p_4(x) = \frac{1}{8}(x+9)^2 + 2$$

$$p_5(x) = 7(x-5)^2 + 9$$

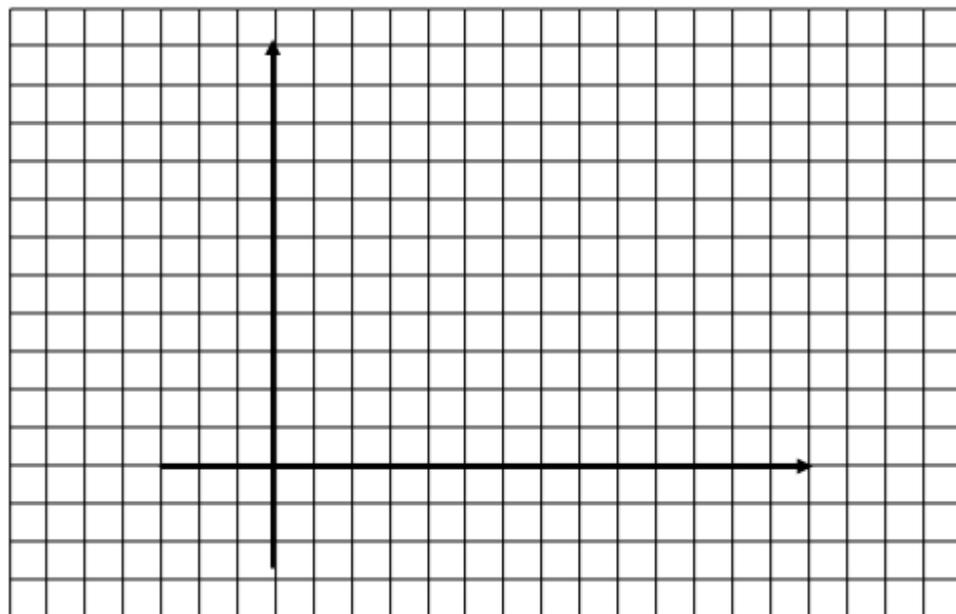
Punktprobe

1) Zahlenpaare wie zum Beispiel (1 | 2) oder (3|5) können eine Menge bilden:



Eine Teilmenge davon sind alle Zahlenpaare, bei denen die y-Koordinate die Hälfte der x-Koordinate ist. Färben Sie alle diese Zahlenpaare im Bild oben grün!

2) Die Menge aller Zahlenpaare lässt sich im Koordinatensystem als Kreuzchen darstellen.



Färbe alle Kreuzchen (x|y) grün, für die gilt: $y = \frac{1}{2}x$.

3) Teste durch eine Rechnung, ob der Punkt P(4|7) zu der Teilmenge aller Punkte (x|y) gehört mit $y = \frac{1}{2}x$.

4) Prüfe durch eine Rechnung, ob der Punkt C(1|3) auf dem zur Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ gehörigen Schaubild liegt.

Aufgaben für die Fachschulreife Teil II (Wahrscheinlichkeit)

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Ein Experiment heißt **Zufallsexperiment**, wenn...

- 1) seine Ergebnisse benannt und dargestellt werden können.
- 2) nicht vorhersagbar ist, welches der möglichen Ergebnisse eintreten wird bei der Durchführung.
- 3) Es unter gleichbleibenden Bedingungen beliebig oft wiederholt werden kann.

Die möglichen Ergebnisse kann man in Worten beschreiben oder als Symbol aufzeichnen oder als Ergebnismenge darstellen.

Die Fachbegriffe kann man noch definieren (d.h. genau festlegen, was damit mathematisch gemeint sein soll):

Beispiel 1: Das Werfen einer Münze:

Mögliche Ergebnisse: Wappen oder Zahl

Ergebnismenge $S = \{w, z\}$



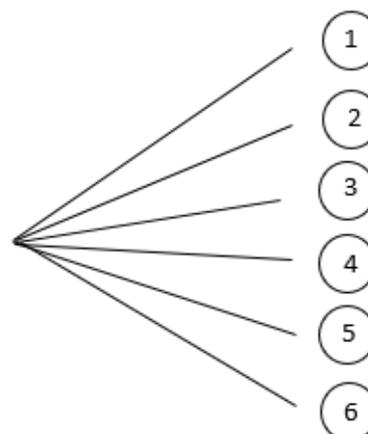
Beispiel 2: Werfen eines Würfels und feststellen, welche Augenzahl gefallen ist



Mögliches Ergebnis: Augenzahl 6

Ergebnismenge $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Darstellung als **Baumdiagramm**



Ein Zufallsexperiment, das zweimal oder mehrmals hintereinander ausgeführt wird, heißt **zwei- oder mehrstufiges Zufallsexperiment**.

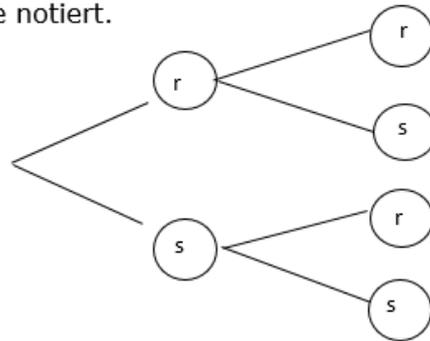
Man kann es gut als Baumdiagramm darstellen:

Beispiel 2: ein vielgebrauchtes Beispiel eines mehrstufigen Zufallsexperimentes ist das **Ziehen von Kugeln aus einer Urne mit und ohne zurücklegen** der Kugeln:

2a)

In einer Urne befindet sich eine rote und eine schwarze. Es wird eine Kugel aus der Urne gezogen, die Farbe notiert, danach wird die Kugel **zurückgelegt** in die Urne und erneut eine Kugel gezogen und deren Farbe notiert.

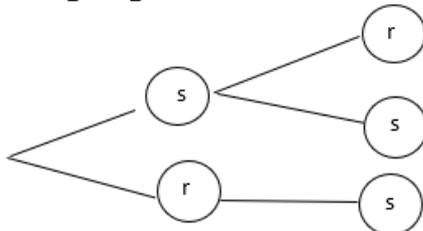
Darstellung als **Baumdiagramm**



Ergebnismenge: $S = \{rr, rs, sr, ss\}$

2b)

In einer Urne befinden sich zwei schwarze Kugeln und eine rote Kugel. Es wird eine Kugel aus der Urne gezogen, die Farbe notiert, danach wird die Kugel **NICHT zurückgelegt** in die Urne und erneut eine Kugel gezogen und deren Farbe notiert.



Ergebnismenge: $S = \{sr, ss, rs\}$

Ergebnismenge ermitteln

1)



Ein Würfel wird einmal geworfen. Geben Sie folgende Ereignismengen an:

A: die Augenzahl ist gerade

B: die Augenzahl ist eine Primzahl

C: die Augenzahl ist durch drei teilbar

- 2) Ein Würfel wird zweimal hintereinander geworfen.

Geben Sie folgende Ereignismengen an:

A: die Summe der Augenzahlen ist 6

B: mindestens eine der beiden Augenzahlen ist die Zahl 6

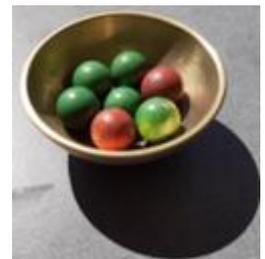
C: höchstens eine der beiden Augenzahlen ist gerade und höchstens eine der beiden Zahlen ist größer als 1



- 3) In einer Schale liegen fünf grüne und zwei rote Kugeln. Es wird dreimal blind eine Kugel entnommen und deren Farbe notiert:

A: es werden zwei verschiedenfarbige Kugeln entnommen.

B: es werden zwei gleichfarbige Kugeln entnommen



- 4) Eine Münze wird dreimal hintereinander geworfen und jeweils das Ergebnis (Wappen W oder Zahl Z) notiert. Geben Sie folgende Ereignismengen an:

A: die Münze landet jedes Mal auf derselben Seite.

- 5) Es werden drei Münzen (zwei Ein-Euro Münzen und eine Zwei-Euro-Münze) geworfen. Es wird die Summe der Zahlen notiert (bei Wappen wird eine Null „gerechnet“).

Geben Sie folgende Ereignismengen an:

A: das Ergebnis ist eine Quadratzahl

B: das Ergebnis ist echt kleiner als vier



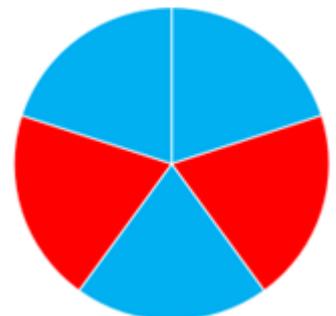
- 6) Ein Glücksrad ist wie abgebildet in farbige Sektoren unterteilt.
Das Glücksrad wird einmal gedreht und die Farbe (s, l, b, r, g) notiert.
Geben Sie die Ergebnismenge S an.



- 7) Ein Glücksrad ist wie abgebildet in farbige Sektoren unterteilt.
Das Glücksrad wird zweimal gedreht und jedes Mal die Farbe notiert.
Geben Sie die Ergebnismenge A an.



- 8) Ein Glücksrad ist wie abgebildet in farbige Sektoren unterteilt.
Es wird zweimal gedreht und jedes Mal die Farbe notiert.
Geben Sie die Ergebnismenge B an.



- 9) Ela kann drei Instrumente spielen (I1:Trompete, I2:Geige und I3:Flöte). Sie entscheidet sich zufällig für ein Instrument und eine Melodie (M1:„Backe, backe, Kuchen“; M2:„Hänschen klein“, M3:„Häschen in der Grube“)

Geben Sie folgende Ereignismengen an:

A: Ela spielt mit einem Blasinstrument eine Melodie

B: Ela spielt mit einem Blasinstrument „Hänschen klein“

- 10) In Marcos Kleiderschrank sind drei Mützen, drei Pullover und drei Hosen jeweils in den Farben rot, grün und blau. Marco wählt seine drei Kleidungsstücke (von Kopf bis Fuß) für den Tag zufällig aus.

Geben Sie folgende Ereignismengen an:

- A: Marcos Mütze und Hose haben die selbe Farbe.
- B: Marco ist komplett einfarbig angezogen.
- C: keines von Marcos Kleidungsstücken ist rot.
- D: Marco ist komplett verschiedenfarbig angezogen.

- 11) Auf einem Volksfest sind beim Enten-Angeln 400 Enten im Rennen. Die Enten sind an der Unterseite mit farbigen Punkten markiert. Dreiviertel der Enten haben einen grünen Punkt, drei Sechzehntel der Enten einen orangefarbenen und ein Sechzehntel der Enten mit einem roten Punkt.

Ein Kind angelt nacheinander 3 Enten und es wird nacheinander deren Farbe notiert. Geben Sie folgende Ereignismengen an:

- A: Das Kind angelt keine grüne Ente
- B: Das Kind angelt genau eine grüne Ente

- 12) Auf den Seiten eines fairen Würfels stehen statt Zahlen die Buchstaben a bis f. Herr Mayer würfelt viermal und notiert dabei nach jedem Wurf den gewürfelten Buchstaben

Geben Sie folgende Ereignismengen an:

- A: Aus den notierten Buchstaben kann man das Wort AFFE bilden.
- B: Herr Mayer würfelt nur Konsonanten
- C: Herr Mayer würfelt die Buchstaben b, c, d
- D: Herr Mayer würfelt vier Konsonanten in alphabetischer Reihenfolge.

13)

Es werden drei echte Würfel nacheinander geworfen und die gewürfelten Zahlen nacheinander notiert. Geben Sie folgende Ereignismengen an:

A: Die Summe der notierten Zahlen ist 18.

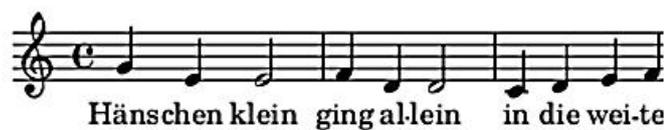
B: Keine der gewürfelten Zahlen ist größer als 2.

C: Jede gewürfelte Augenzahl ist 5.

D: Das Produkt der gewürfelten Zahlen ist 8.

Ereignismenge ermitteln

1)



Ela kann drei Instrumente spielen (Trompete, Geige und Klavier). Sie entscheidet sich zufällig für ein Instrument und ein Lied („Backe, backe, Kuchen“; „Hänschen klein“, „Hänschen in der Grube“)

Gib die Ergebnismenge an (nicht in Mengenschreibweise, sondern als Sätze formuliert):

2)



Auf einem Volksfest sind beim Enten-Angeln 400 Enten im Rennen. Die Enten sind an der Unterseite mit farbigen Punkten markiert. Dreiviertel der Enten haben einen grünen Punkt, drei Sechzehntel der Enten einen orangefarbenen und ein Sechzehntel der Enten mit einem blauen Punkt.

Ein Kind angelt nacheinander 3 Enten und es wird deren Farbe notiert.

Gib die Ergebnismenge E an.

3)

Auf einem Volksfest sind beim Enten-Angeln 400 Enten im Rennen. Die Enten sind an der Unterseite mit farbigen Punkten markiert. Dreiviertel der Enten haben einen grünen Punkt, drei Sechzehntel der Enten einen orangefarbenen und ein Sechzehntel der Enten mit einem blauen Punkt.

Ein Kind angelt nacheinander 3 Enten und es wird nacheinander die Anzahl der geangelteten grünen Enten dann der orangefarbenen Enten dann der blauen Enten notiert.

Gib die Ergebnismenge E an.

4)

Auf einem Volksfest sind beim Enten-Angeln 400 Enten im Rennen. Die Enten sind an der Unterseite mit farbigen Punkten markiert. Dreiviertel der Enten haben einen grünen Punkt, drei Sechzehntel der Enten einen orangefarbenen und ein Sechzehntel der Enten mit einem roten Punkt.

Ein Kind angelt nacheinander 3 Enten und es wird die Anzahl der geangelteten roten Enten notiert.

Gib die Ergebnismenge E an.

6)



7)

Auf einem Volksfest kann mit Pfeilen auf Luftballons gezielt werden. Angenommen in einem etwa quadratischen Ausschnitt Luftballons

(7 blaue, 6 grüne, 3 rote, 10 rosafarbene, 21 orangefarbene und 10 gelbe) wird jeder Ballon mit gleicher Wahrscheinlichkeit getroffen.

Herr Meyer trifft bei 10 Versuche jedes Mal einen Ballon und notiert die Anzahl der getroffenen grünen Ballons.

Gib die Ergebnismenge an.

8)



9)

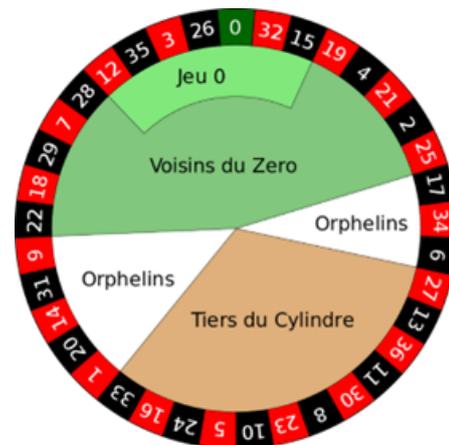
In einem Bubble Tea House gibt es verschiedene Sorten von Aromatisierten Tees: Mango, Pfirsich, grüner Apfel und Honig.

Dazu die Auswahl an Toppings: Tapioca, Aloe vera und Pop Ball.

Die Kundin möchte ein Fruchtaroma mit Tapioca Topping. Die Verkäuferin mischt das Fruchtaroma rein zufällig. Gib die Ergebnismenge an:

10)

Eine Roulettespielscheibe wird so lange gedreht, bis die Kugel auf einer Zahl des weißen Bereichs zu liegen kommt. Dann wird die Zahl notiert. Gib die Ergebnismenge an.



E=

Erwartungswert

1)

Eine Lehrerin lässt ihre Klasse (25 SchülerInnen) bei einer Deutscharbeit die Aufgabe selbst auswählen. 10 SchülerInnen entscheiden sich für Aufgabe 1 (40 min durchschnittliche Korrekturdauer), 7 für Aufgabe 2 (25 min durchschnittliche Korrekturdauer) und 8 für Aufgabe 3 (30 min durchschnittliche Korrekturdauer). Am ersten Nachmittag nimmt die Lehrerin 10 Arbeitshefte zufällig aus dem Stapel. Mit welcher durchschnittlichen Korrekturdauer kann sie rechnen.

Antwort: Als durchschnittliche Korrekturdauer sind min am ersten Nachmittag zu erwarten.

2)

Auf einem mittelalterlichen Jahrmarkt gibt es eine Mäusewette. Zwei graue, eine weiße und zwei braune Mäuse laufen entweder in die Tür mit Gewinn (5€) oder Niete (0€). In den vergangenen 1000 Mäuserennen war von der Besitzerin zu beobachten, dass die graue Mäuse 400 mal, die weißen 555 mal und die braunen 510 mal in das Gewinn-Türchen gelaufen ist. Paul kauft eine Maus für 3€ Einsatz, die Besitzerin greift zufällig nach einer der Mäuse in ihrer Schürzentasche.

Welchen Gewinn kann die Besitzerin erwarten?

Antwort: Sie kann einen Gewinn von€ erwarten. kann einen Gewinn von€ erwarten.

3)

Max denkt sich mit für seinen Freund Moritz folgendes Spiel aus: Moritz soll zwei Würfel gleichzeitig werfen. Er erhält man 0,2 € von Max für einen Pasch, muss bei zwei Nachbarzahlen 0,2€ bezahlen und 0,1 € bezahlen bei der gewürfelten Augensumme 3. Ist das Spiel fair?

Erwartungswert: $E = \dots$ (bitte auf vier Nachkommastellen angeben)

Antwort: das Spiel geht leicht zu Gunsten von Antwort aus.

4)

Auf einem Straßenfest dürfen Passanten das abgebildete Glücksrad drehen. Dabei würde im Handel eine Tasse für 12,50€ verkauft werden, ein T-Shirt für 21,9€ und eine Tasche für 12,8€.

Welchen Gegenwert in Geld kann ein Passant bei einmaligem Drehen erwarten?

Antwort: Man kann einen Wert von ca. \dots € erwarten. (bitte auf ganze € runden)



5)

Ein Glücksrad ist wie abgebildet in farbige Sektoren unterteilt.

Das Glücksrad wird von einem Spieler zweimal gedreht. Er erhält 0,50€ falls

zweimal rot erdreht wird. Er muss 0,20€ bezahlen, falls er höchstens einmal rot erdreht und er erhält 0,10 € wenn er verschiedenen Farben erdreht. Ist das Spiel fair?

Erwartungswert: $= -\dots$ €

Baumdiagramme

1)

Ein Würfel wird einmal geworfen. Zeichnen Sie ein beschriftetes Baumdiagramm und geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: die Augenzahl ist gerade

B: die Augenzahl ist eine Primzahl

C: die Augenzahl ist durch drei teilbar

$P(A) = \dots$

$P(B) = \dots$

$P(C) = \dots$

2)

Ein Würfel wird zweimal hintereinander geworfen.

Zeichnen Sie ein beschriftetes Baumdiagramm und geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: mindestens eine der beiden Augenzahlen ist die Zahl 6

B: höchstens eine der beiden Augenzahlen ist die Zahl 6

Lösung:

$P(A) = \dots$

$P(B) = \dots$

3)

In einer Schale liegen fünf grüne und zwei rote Kugeln. Es wird blind eine Kugel entnommen und deren Farbe notiert. Danach wird die Kugel in die Schale zurückgelegt, es wird nochmals eine Kugel entnommen und deren Farbe notiert.

Zeichne ein beschriftetes Baumdiagramm und geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: es werden zwei gleichfarbige Kugeln entnommen

B: als erstes wird eine rote Kugel entnommen

$P(A) = \dots$

$P(B) = \dots$

4)

In einer Schale liegen fünf grüne und zwei rote Kugeln. Es wird dreimal blind eine Kugel entnommen und deren Farbe notiert. Dabei wird die gezogene Kugel **nicht** in die Schale zurückgelegt. Zeichnen Sie ein beschriftetes Baumdiagramm und geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: es werden zwei verschiedenfarbige Kugeln entnommen.

B es werden zwei gleichfarbige Kugeln entnommen

Lösung:

$P(A) = \dots\dots$

$P(B) = \dots\dots$

5)

Eine Münze wird dreimal hintereinander geworfen und jeweils das Ergebnis (Wappen W oder Zahl Z) notiert. Zeichnen Sie ein beschriftetes Baumdiagramm und gib die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: die Münze landet jedes Mal auf derselben Seite.

$P(A) = \dots\dots$

6)

Es werden drei Münzen (zwei Ein-Euro Münzen und eine Zwei-Euro-Münze) geworfen. Es wird die Summe der Zahlen notiert (bei Wappen wird eine Null „gerechnet“).

Zeichne ein beschriftetes Baumdiagramm und gib die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: das Ergebnis ist eine Quadratzahl

B: das Ergebnis ist echt kleiner als vier

Lösung:

$P(A) = \dots\dots$

$P(B) = \dots\dots$

7)

Ein Glücksrad ist wie abgebildet in farbige Sektoren unterteilt. Das Glücksrad wird zweimal gedreht und jedes Mal die Farbe notiert.

Zeichnen Sie ein beschriftetes Baumdiagramm und geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: es wird zweimal rot erdreht

B: es wird höchstens einmal rot erdreht

C: Es werden verschiedenen Farben erdreht

$P(A) = \dots$

$P(B) = \dots$

$P(C) = \dots$

8)

Ela kann drei Instrumente spielen (I1:Trompete, I2:Geige und I3:Flöte). Sie entscheidet sich zufällig für ein Instrument und eine Melodie (M1:„Backe, backe, Kuchen“; M2:„Hänschen klein“, M3:„Häschen in der Grube“)

Zeichnen Sie ein beschriftetes Baumdiagramm und geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: Ela spielt mit einem Blasinstrument eine Melodie

B: Ela spielt mit einem Blasinstrument „Hänschen klein“

C: Ela spielt auf einem ihrer Instrumente „Backe, backe Kuchen“

$P(A) = \dots$

$P(B) = \dots$

$P(C) = \dots$

9)

In Marcos Kleiderschrank sind drei Mützen, drei Pullover und drei Hosen jeweils in den Farben rot, grün und blau. Marco wählt seine drei Kleidungsstücke (von Kopf bis Fuß) für den Tag zufällig aus.

Zeichnen Sie ein beschriftetes Baumdiagramm und gib die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: Marcos Mütze und Hose haben die selbe Farbe.

B: Marco ist komplett einfarbig angezogen.

C: keines von Marcos Kleidungsstücken ist rot.

D: Marco ist komplett verschiedenfarbig angezogen.

$P(A) = \dots$

$P(B) = \dots$

$P(C) = \dots$

$P(D) = \dots$

10)

Auf einem Volksfest sind beim Enten-Angeln 400 Enten im Rennen. Die Enten sind an der Unterseite mit farbigen Punkten markiert. Dreiviertel der Enten haben einen grünen Punkt, drei Sechzehntel der Enten einen orangefarbenen und ein Sechzehntel der Enten mit einem roten Punkt.

Ein Kind angelt nacheinander 3 Enten und es wird nacheinander deren Farbe notiert. Zeichnen Sie ein beschriftetes Baumdiagramm und gib die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: Das Kind angelt keine grüne Ente

B: Das Kind angelt genau eine grüne Ente

C: Das Kind angelt höchstens eine grüne Ente.

D: Das Kind angelt drei verschiedenfarbige Enten.

$P(A) = \dots$

$P(B) = \dots$

$P(C) = \dots$

$P(D) = \dots$

11)

In einer Tüte mit 90 Gummibärchen sind die Farben rot, gelb und weiß in gleicher Menge übriggeblieben. Ein Kind greift ohne Hinschauen dreimal ein Gummibärchen aus der die Tüte und nennt dessen Farbe.

Zeichne ein beschriftetes Baumdiagramm und geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse an:

A: Das Kind hat drei gleiche Farben aus der Tüte geholt.

$P(A) = \dots$



Wahrscheinlichkeitsverteilung

Eine **Abbildung (Tabelle, Diagramm)**, die der Menge der Ereignisse die zugehörige Wahrscheinlichkeit (bei sehr oft durchgeführtem Zufallsexperimentes die relativen Häufigkeiten) gegenüberstellt, heißt **Wahrscheinlichkeitsverteilung**.

Beispiel: Experiment: „einmal Würfeln“ (1000 mal durchgeführt)

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Relative Häufigkeit	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17

Beachten Sie: Wenn für alle Ergebnisse eines Zufallsexperimentes die gleiche Wahrscheinlichkeit angenommen werden kann, (Gleichverteilung), wie zum Beispiel beim Würfel oben, dann heißt dieses Experiment Laplace-Experiment. Ein idealer Würfel heißt auch Laplace Würfel (L-Würfel)

Laplace Formel:

Liegt ein Laplace Experiment vor, so gilt für die Wahrscheinlichkeit $P(E)$ eines Ereignisses E

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der Ergebnisse, bei denen } E \text{ eintritt}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

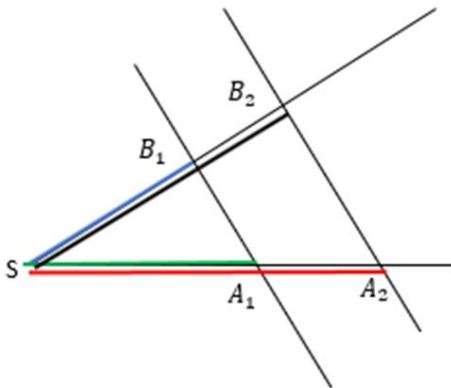
Kurzschreibweise:

$$P(E) = \frac{\text{die günstigen Ergebnisse}}{\text{die möglichen Ergebnisse}}$$

Strahlensätze

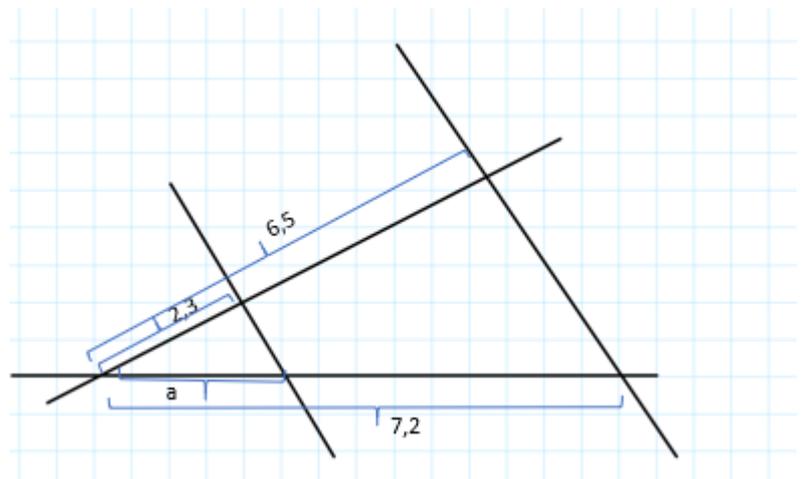
Berechne die folgenden 4 Aufgaben mit dem ersten Strahlensatz (erstes Bild).

Löse die Formel nach der gesuchten Strecke auf und trage entsprechenden Streckenlängen in den Lückentext der Aufgaben ein.

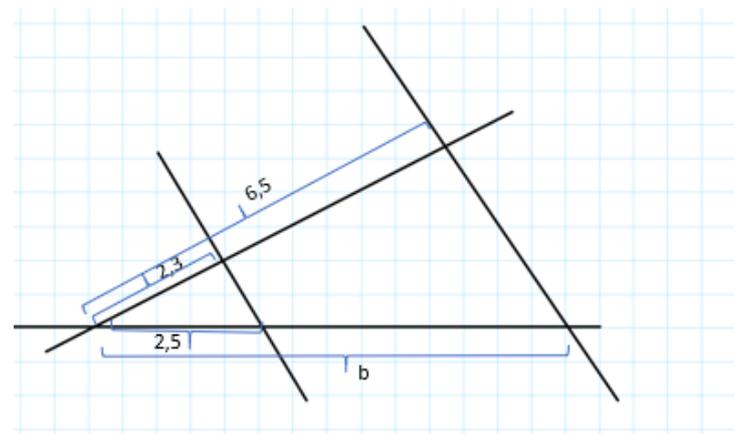


1. Strahlensatz $\frac{SA_1}{SA_2} = \frac{SB_1}{SB_2}$

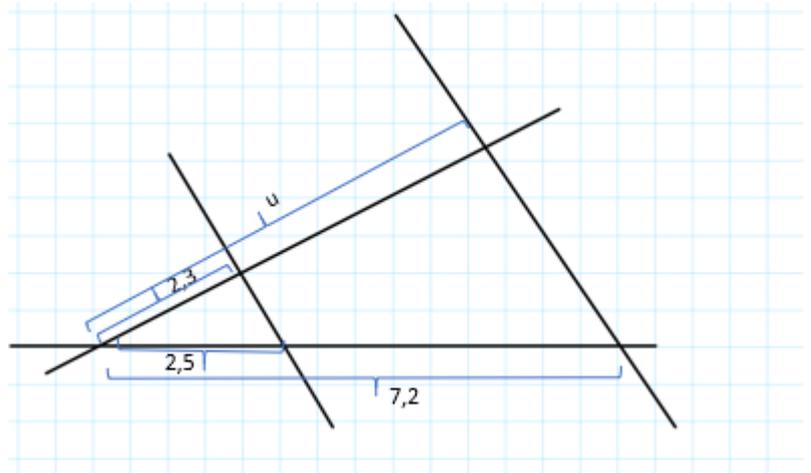
1) a = _____



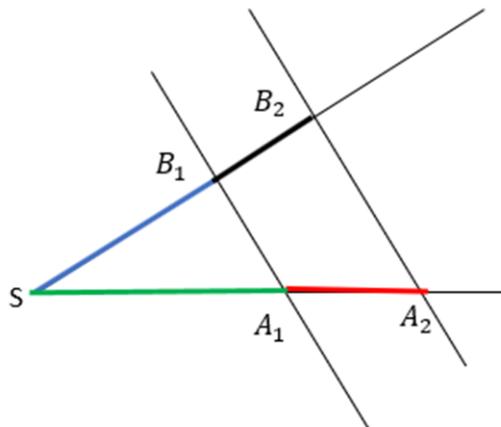
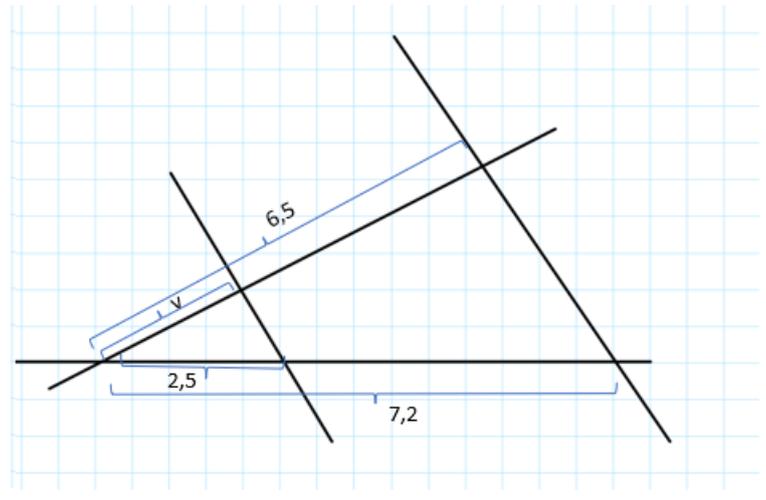
2) b = _____



3) $u =$ _____



4) $v =$ _____

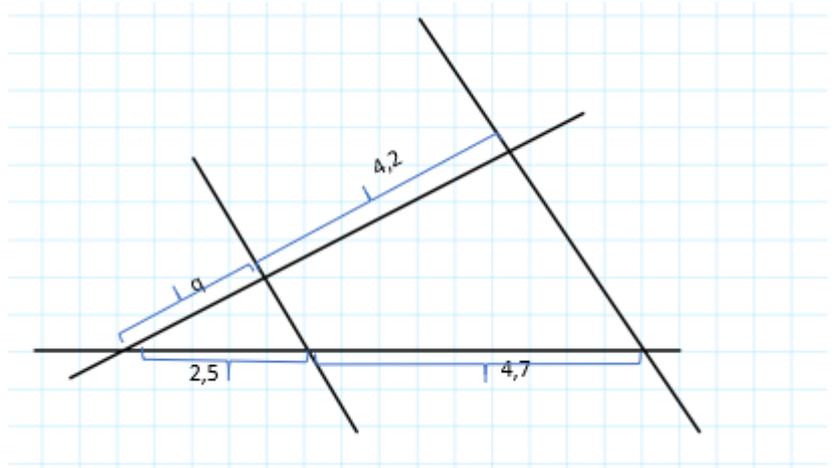


1. Strahlensatz

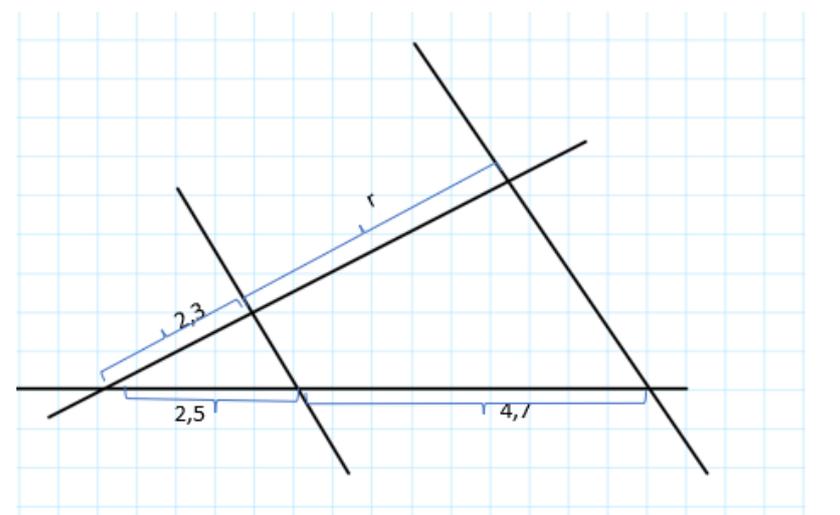
.... und

$$\frac{SA_1}{A_1A_2} = \frac{SB_1}{B_1B_2}$$

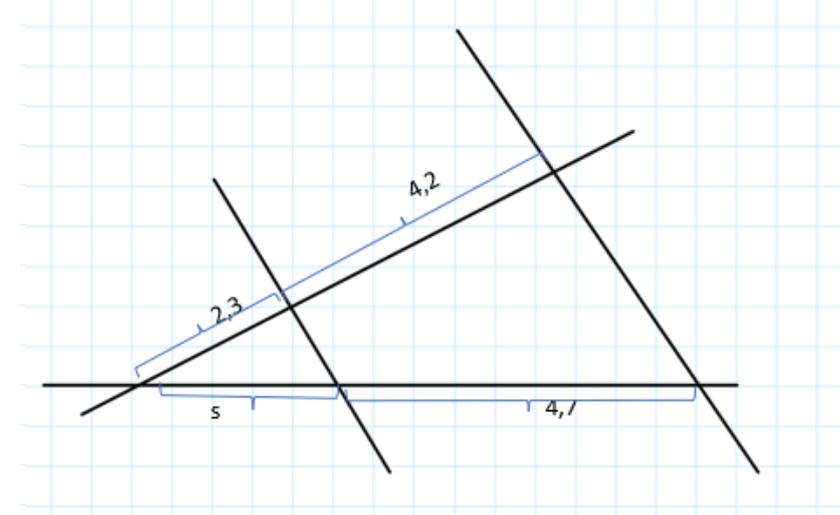
5) $q =$ _____



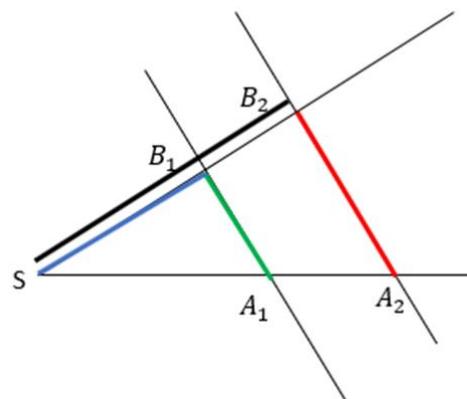
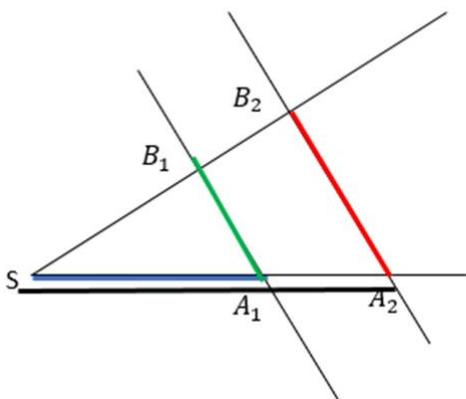
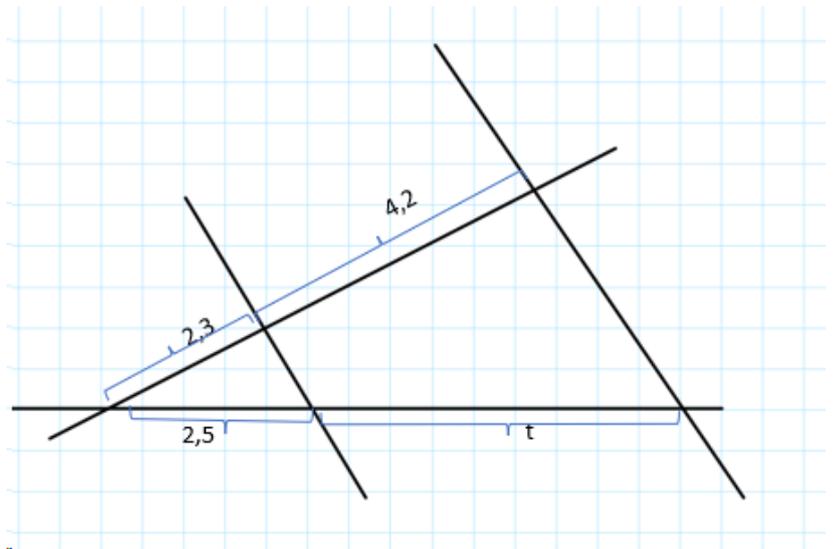
6) $r =$ _____



7) $s =$ _____



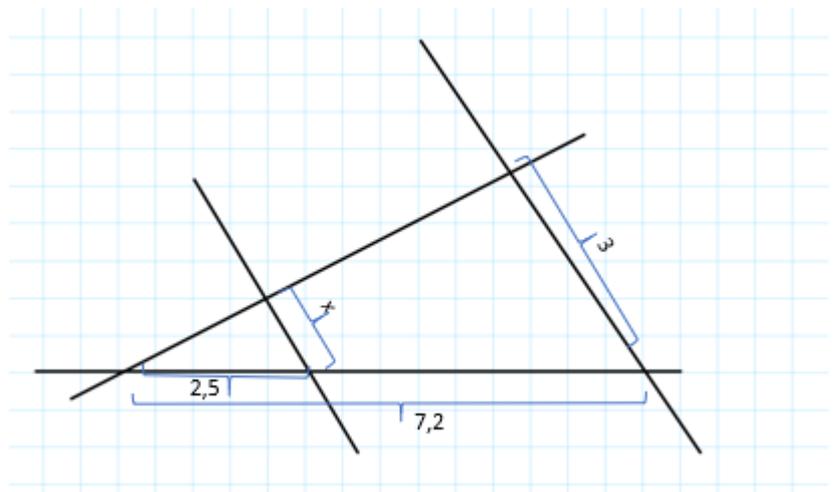
8) t = _____



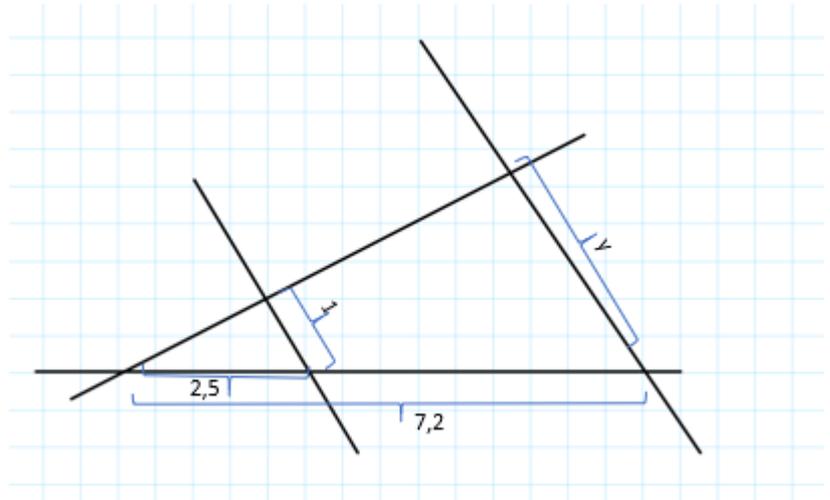
2. Strahlensatz

$$\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{SA_1}{SA_2} = \frac{SB_1}{SB_2}$$

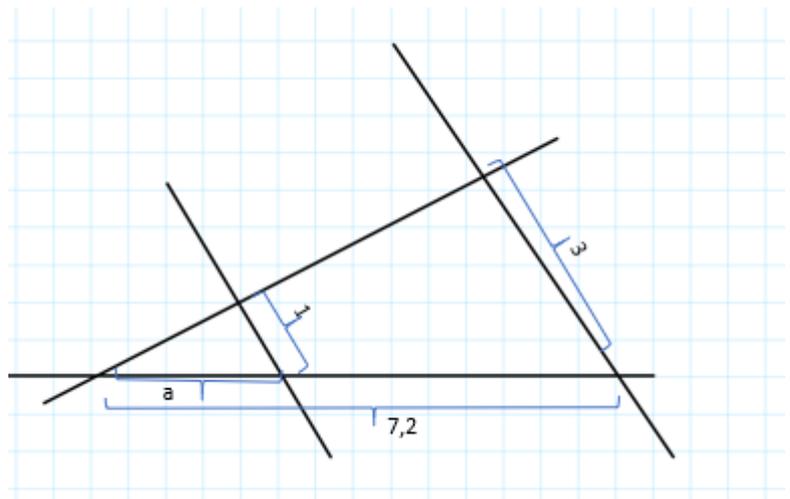
9) x = _____



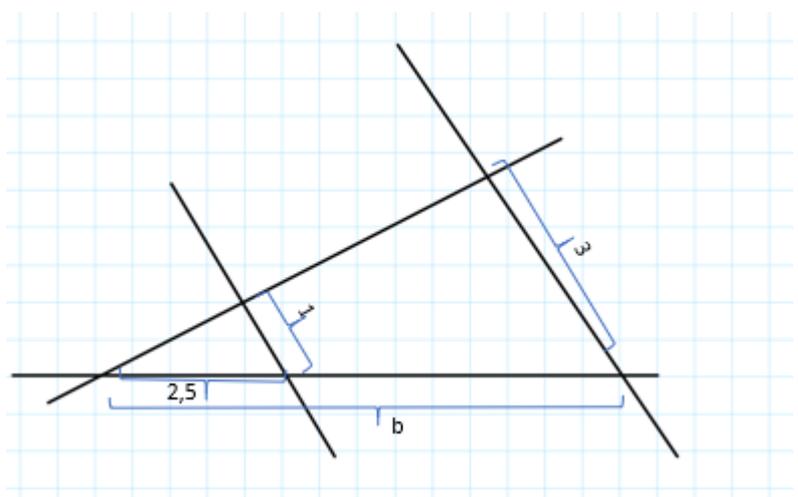
10) $y =$ _____



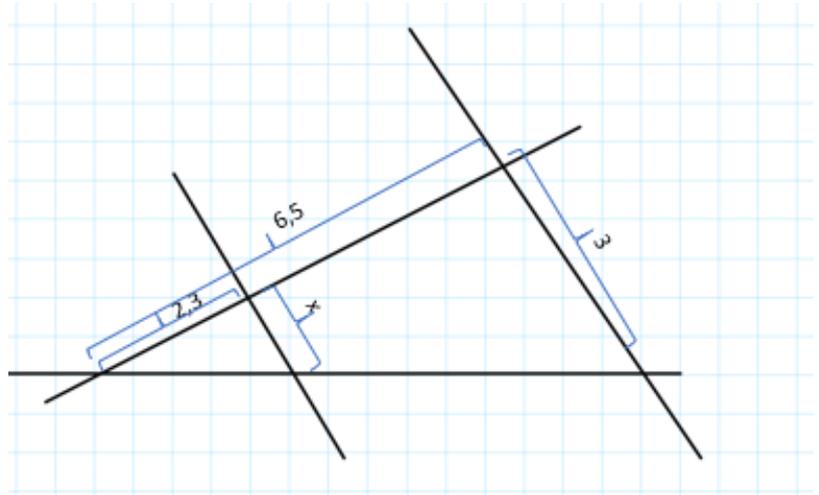
11) $a =$ _____



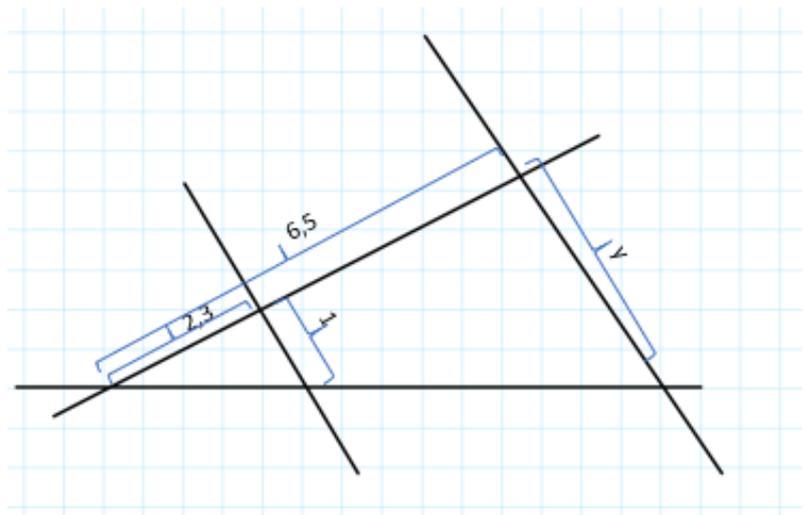
12) $b =$ _____



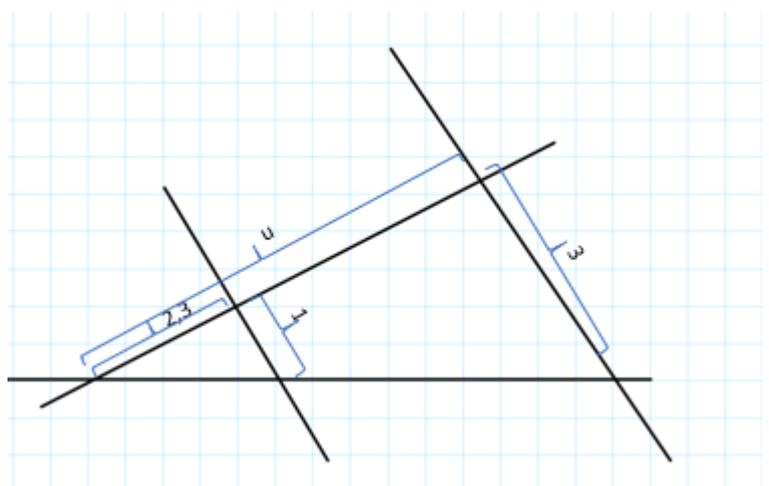
13) $x =$ _____



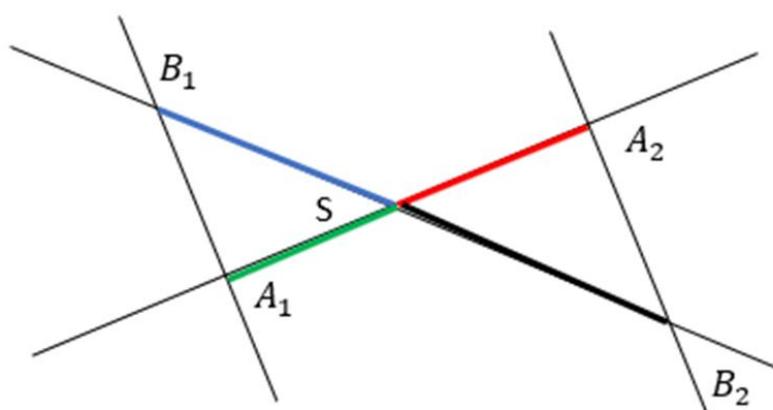
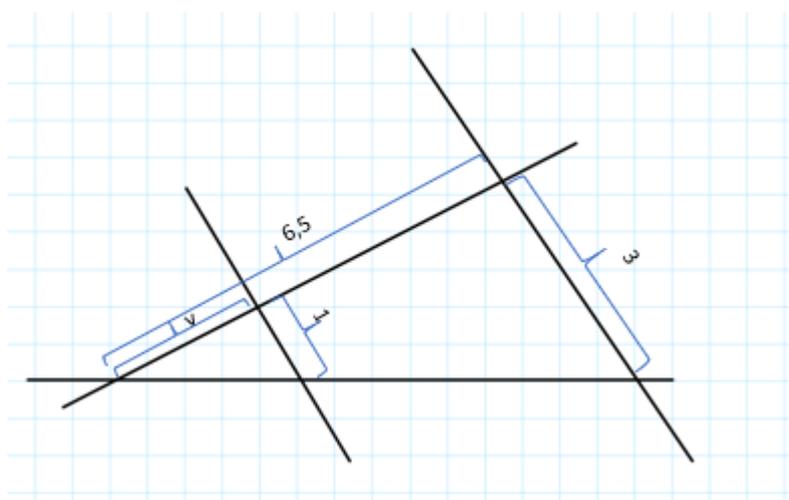
14) $y =$ _____



15) $u =$ _____

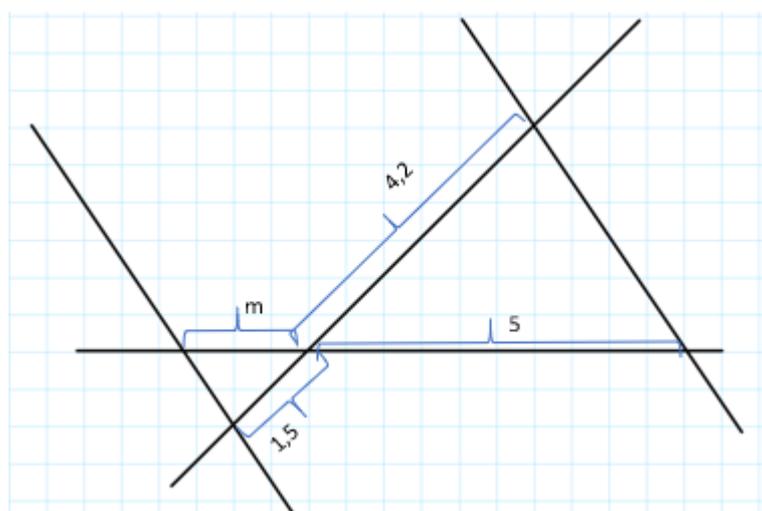


16) u = _____

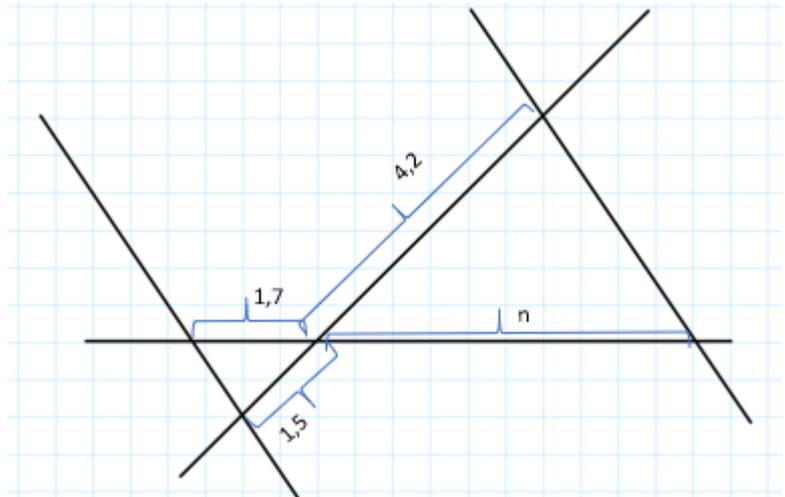


1. Strahlensatz $\frac{SA_1}{SA_2} = \frac{SB_1}{SB_2}$

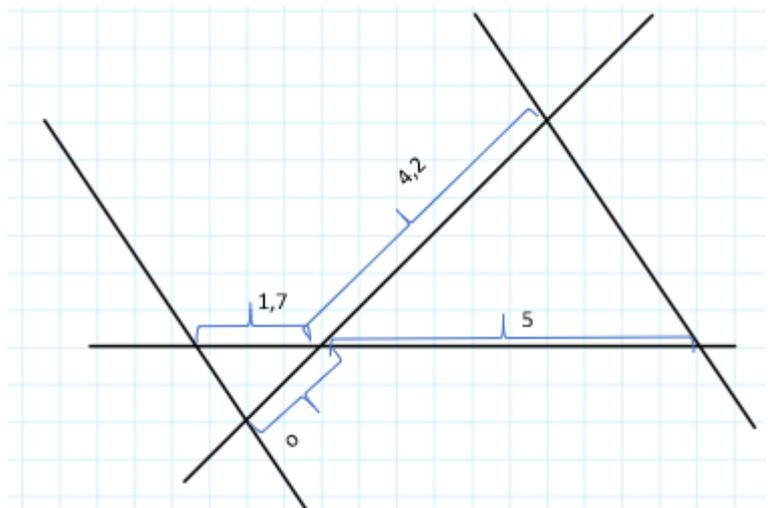
17) m = _____



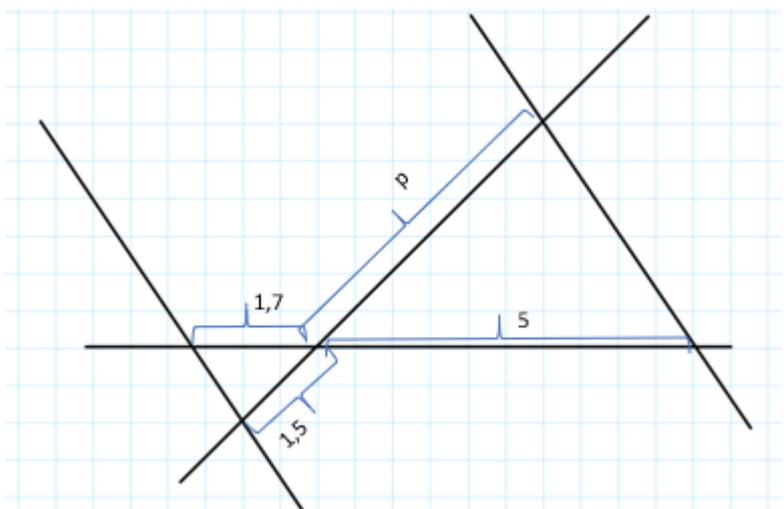
18) $n =$ _____

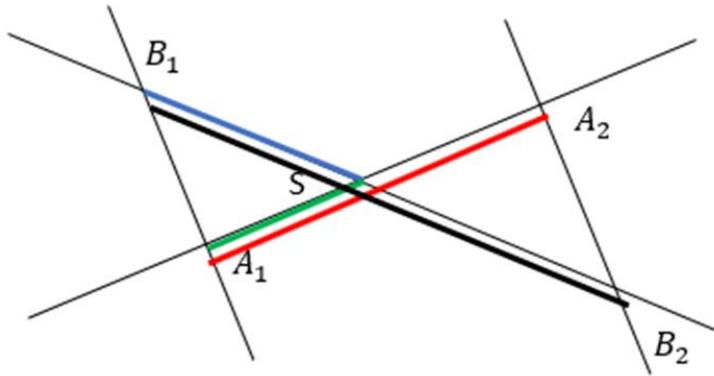


19) $o =$ _____



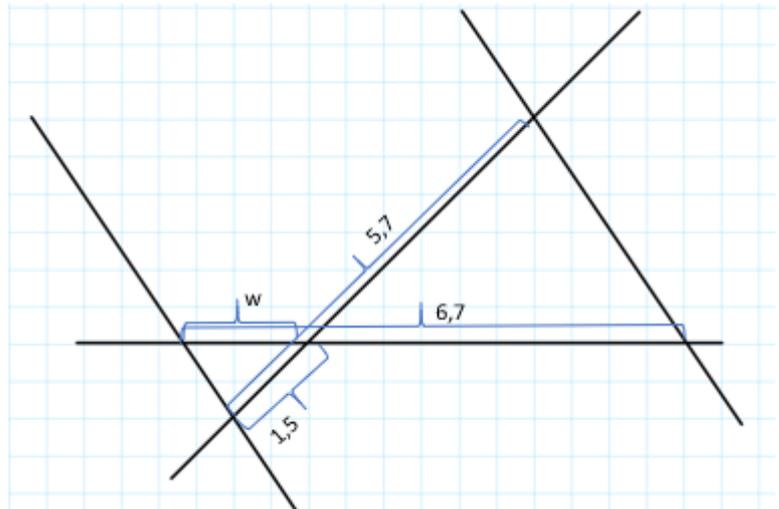
20) $p =$ _____



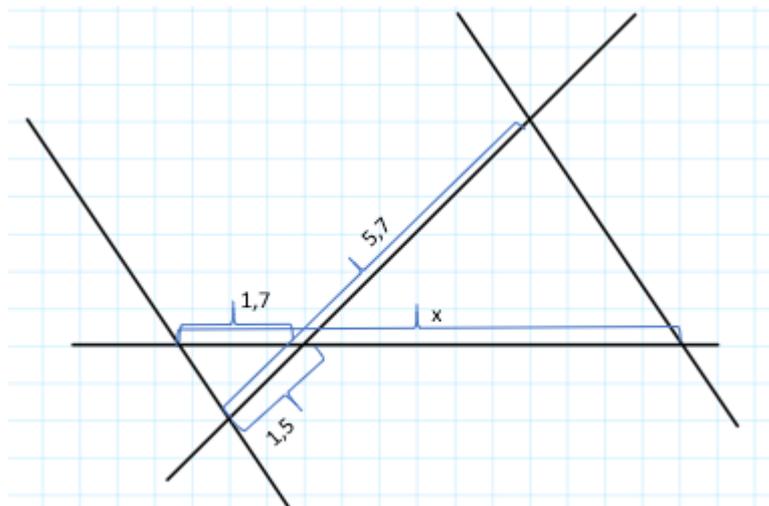


1. Strahlensatz ... und $\frac{SA_1}{A_1A_2} = \frac{SB_1}{B_1B_2}$

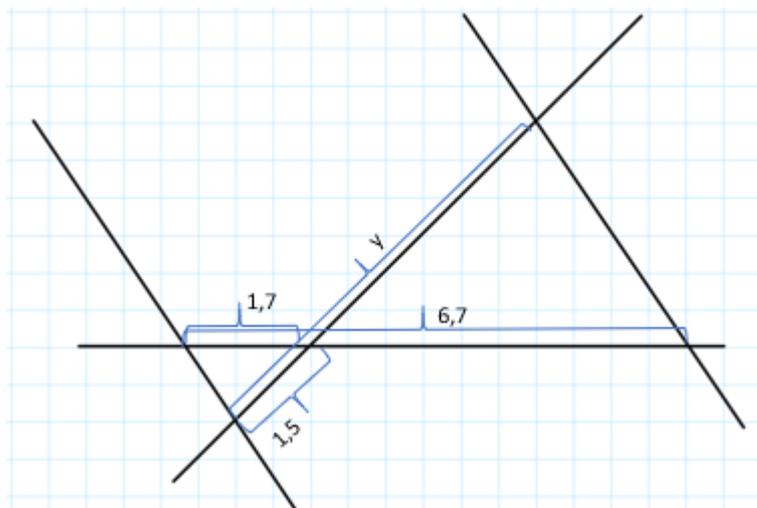
21) w = _____



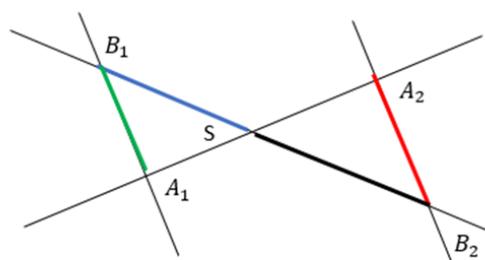
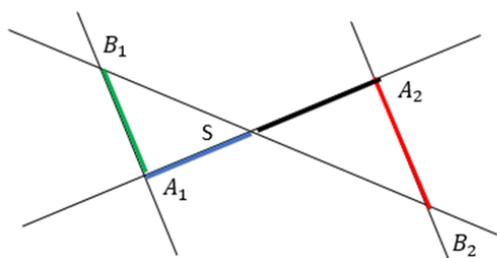
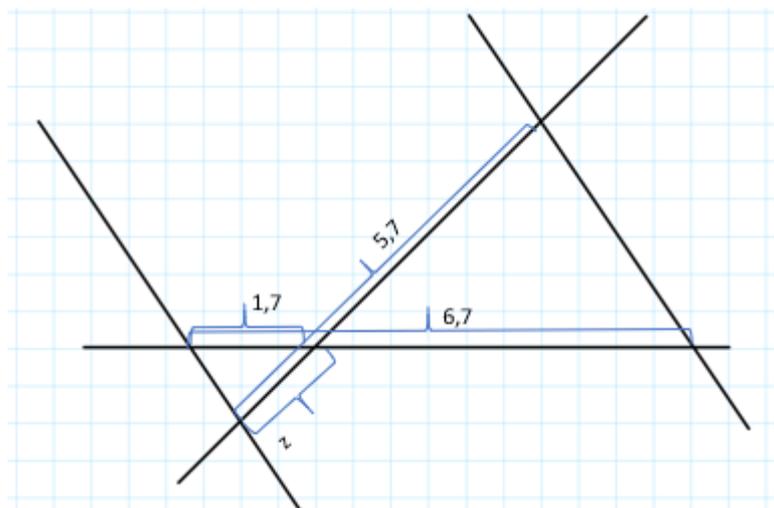
22) x = _____



23) $y =$ _____



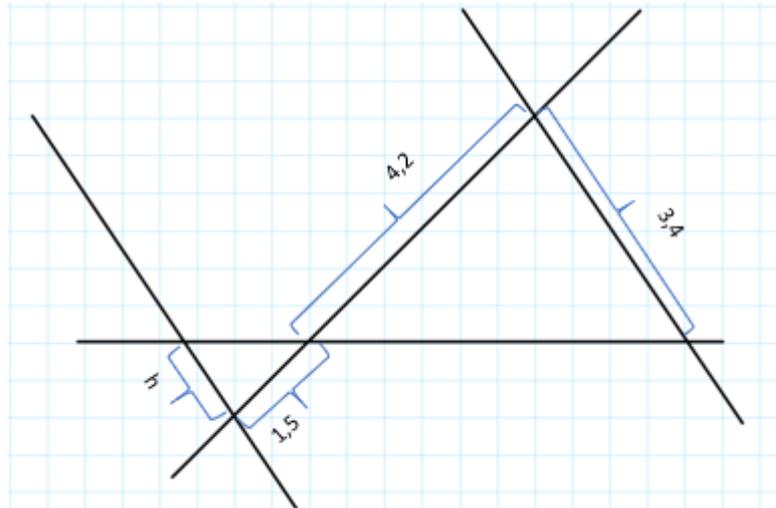
24) $z =$ _____



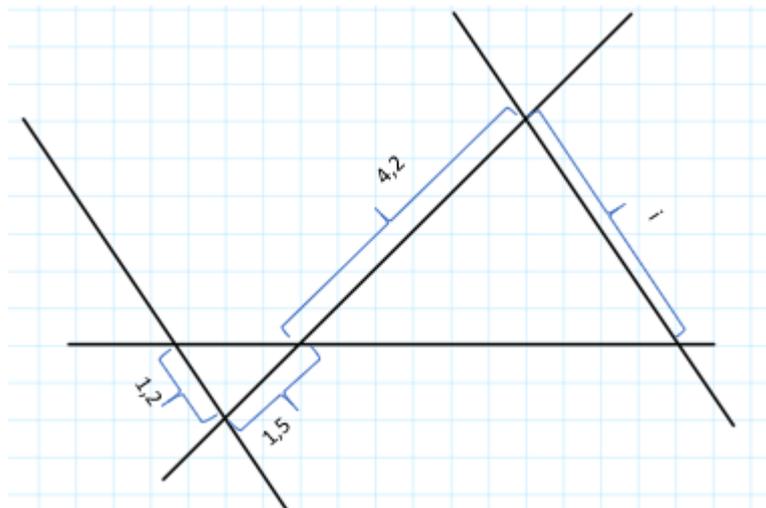
2. Strahlensatz

$$\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{SA_1}{SA_2} = \frac{SB_1}{SB_2}$$

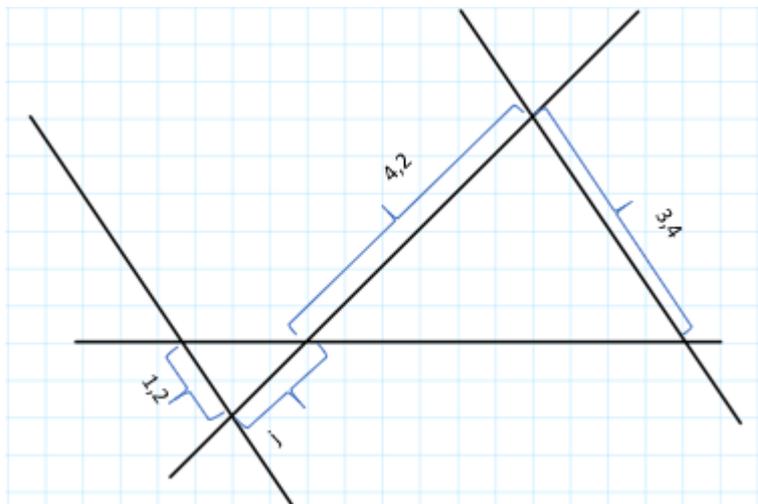
25) $z =$ _____



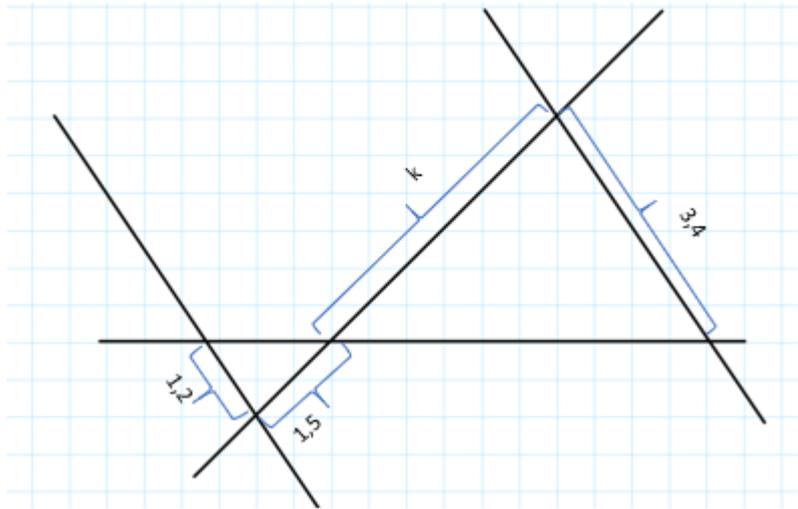
26) $z =$ _____



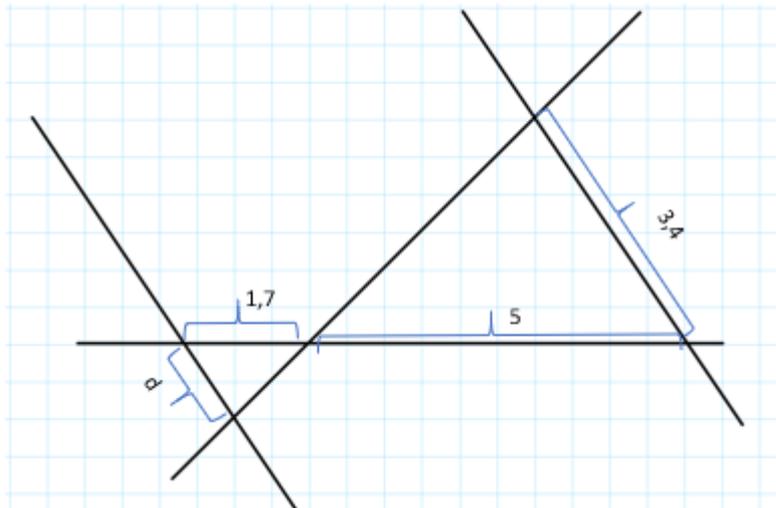
27) $j =$ _____



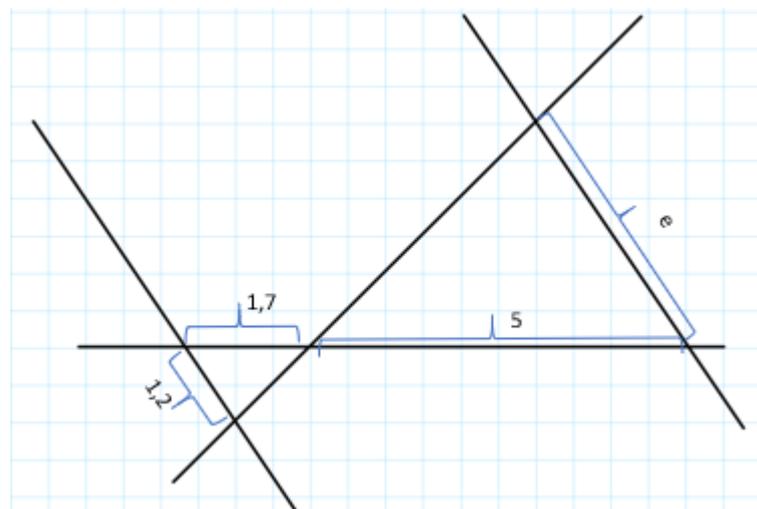
28) $k =$ _____



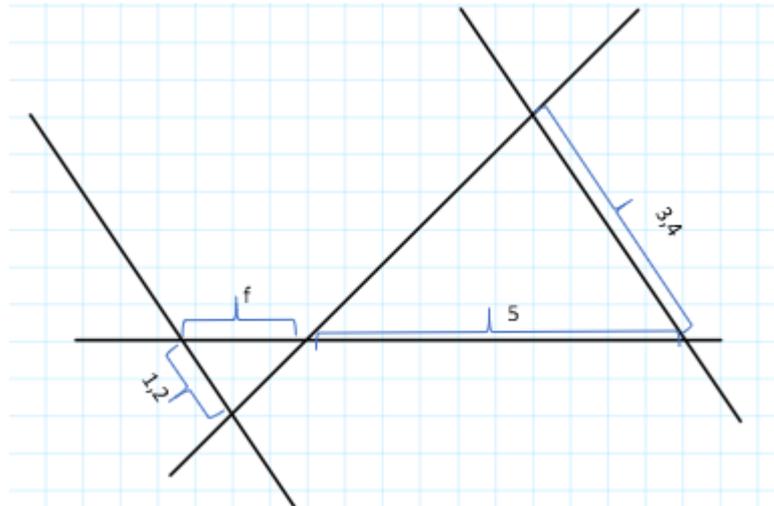
29) $d =$ _____



30) $e =$ _____



31) e = _____



32) g = _____

